

1. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$$

$$= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2 - x - 2 = 0, x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

$$(i) x^2 - x - 2 = 0 \text{ 에서 } (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) x^2 - 3x + 2 \neq 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 또는 } x \neq 2$$

따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

2. 두 복소수 $z_1 = 1 + (a-2)i$, $z_2 = (b-2) - ai$ 에 대하여 $z_1 + (2-4i) = z_2$ 가 성립할 때, 실수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=8$

해설

$z_1 = 1 + (a-2)i$, $z_2 = (b-2) - ai$ 를

$z_1 + (2-4i) = z_2$ 에 대입하면

$$1 + (a-2)i + (2-4i) = (b-2) - ai$$

$$3 + (a-6)i = (b-2) - ai$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$3 = b-2, a-6 = -a$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$b=5, a=3$$

$$\therefore a+b=8$$

3. $i^{2000} + i^{2002} + i^{2003} + i^{2004}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② $1 - i$ ③ $1 + i$ ④ -1 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} i^4 &= 1 \text{ 이므로} \\ i^{4k} &= 1, i^{4k+1} = i, i^{4k+2} = -1, i^{4k+3} = -i \\ (\text{준식}) &= 1 + (-1) + (-i) + 1 \\ &= 1 - i \end{aligned}$$

4. 복소수 $z = i(a + \sqrt{5}i)^2$ 이 $z = \bar{z}$ 가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

- ① 5 ② $\sqrt{5}$ ③ 0 ④ ± 5 ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} z &= i(a^2 - 5 + 2a\sqrt{5}i) \\ &= -2a\sqrt{5} + (a^2 - 5)i \\ z &= \bar{z} \text{ 이면 실수이므로 허수부분이 0이다.} \\ \therefore a &= \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

5. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다고 한다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8 ② -5 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$y = \frac{3}{2}(x^2 + 4x) - 3 = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 9 \text{ 에서}$$

$$a = -2, b = -9$$

그러므로 $a - b = 7$ 이다.

6. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3$ ($m = \frac{5}{2}$)

② $y = -x^2 - 2x$ ($M = 1$)

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5$ ($m = -5$)

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ ($m = -3$)

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2$ ($M = 2$)

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2$ ($M = 0$)

7. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못 된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad \left(m = \frac{5}{2}\right)$

② $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5 \quad (m = -5)$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 0)$

8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = -2(x + 3)^2 + 4$$

따라서 $x = -3$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

9. 방정식 $\left[x + \frac{1}{2}\right]^2 - 3\left[x - \frac{1}{2}\right] - 7 = 0$ 의 해 $a \leq x < b$ 또는 $c \leq x < d$ 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\left[x - \frac{1}{2}\right] = \left[x + \frac{1}{2}\right] - 1 \text{ 이므로}$$

$$\left[x + \frac{1}{2}\right]^2 - 3\left[x + \frac{1}{2}\right] - 4 = 0$$

$$\left[x + \frac{1}{2}\right] = 4 \text{ 또는 } \left[x + \frac{1}{2}\right] = -1 \text{ 이므로}$$

$$\frac{7}{2} \leq x < \frac{9}{2}, -\frac{3}{2} \leq x < -\frac{1}{2} \text{ 이다}$$

따라서 구하는 값은

$$\therefore a + b + c + d = 6$$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $-1+\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

$x^2+ax+b=0$ 에 $x=-1+\sqrt{2}$ 를 대입하여 정리하면
 $3-2\sqrt{2}+a(-1+\sqrt{2})+b=0$
 $-a+b+3+(a-2)\sqrt{2}=0$
 $-a+b+3=0$ 과 $a-2=0$ 에서 $a=2, b=-1$

11. 이차방정식 $(a-b)x^2 + (b-c)x + (c-a) = 0$ 이 중근을 가질 조건을 구하면?(단, $a \neq b$)

① $a = b + c$

② $2a = b + c$

③ $a = b - c$

④ $2a = b - c$

⑤ $2a = 2b - c$

해설

$$\begin{aligned} D &= (b-c)^2 - 4(a-b)(c-a) \\ &= b^2 + c^2 - 2bc - 4(ac - a^2 - bc + ab) \\ &= 4a^2 + b^2 + c^2 - 4ac + 2bc - 4ab \\ &= (2a - b - c)^2 \end{aligned}$$

준식이 중근을 가져야 하므로

$D = 0$ 이어야 한다.

따라서, $(2a - b - c)^2 = 0$, $2a - b - c = 0$

$\therefore 2a = b + c$

12. a 가 실수일 때, $f(x) = x^2 + 2(a+1)x + a^2$, $g(x) = x^2 + 2ax + (a-1)^2$ 에 대하여 x 에 대한 두 이차방정식 $f(x) = 0, g(x) = 0$ 의 근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
- ① $f(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $g(x) = 0$ 도 실근을 가진다.
 - ② $f(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $g(x) = 0$ 은 허근을 가진다.
 - ③ $f(x) = 0$ 이 허근을 가지면 $g(x) = 0$ 도 허근을 가진다.
 - ④ $g(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $f(x) = 0$ 은 허근을 가진다.
 - ⑤ $g(x) = 0$ 이 허근을 가지면 $f(x) = 0$ 은 실근을 가진다.

해설

방정식 $f(x) = 0$ 과 $g(x) = 0$ 의 판별식을 각각 D_1, D_2 라 하면

$$\frac{D_1}{4} = (a+1)^2 - a^2 = 2a+1,$$

$$\frac{D_2}{4} = a^2 - (a-1)^2 = 2a-1$$

모든 실수 a 에 대하여

$$2a+1 > 2a-1,$$

즉, $D_1 > D_2$ 이므로 $D_1 < 0$ 이면 $D_2 < 0$

13. 이차방정식 $x^2 - 5x - m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 4배일 때, 상수 m 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

주어진 식의 한 근이 다른 한 근의 4배이므로

두 근을 $\alpha, 4\alpha (\alpha \neq 0)$ 로 놓으면

$$\alpha + 4\alpha = 5 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \cdot 4\alpha = -m \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $\alpha = 1, m = -4$

해설

14. 이차방정식 $x^2 - (a+2)x + a = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = a + 2, \quad \alpha\beta = a$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$4 = a^2 + 4a + 4 - 4a$$

$$\therefore a = 0$$

15. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 3일 때, 이차방정식 $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$ 이고 조건에서

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$

$f(2x+1) = 0$ 에서

$2x+1 = \alpha$ 또는 $2x+1 = \beta$

$\therefore x = \frac{\alpha-1}{2}$ 또는 $x = \frac{\beta-1}{2}$

따라서 $f(2x+1) = 0$ 의 근은 $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$

이때 두 근의 합 $\frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2}$

$= \frac{\alpha+\beta-2}{2} = \frac{2-2}{2} = 0$

16. 이차함수 $y = x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 직선 $y = 0$ 과 두 점에서 만나기 위한 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 x 축 ($y = 0$)과 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.

즉 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 판별식을 D 라 하면

$D = a^2 - 12 > 0$ 에서

$a < -2\sqrt{3}$ 또는 $a > 2\sqrt{3}$

따라서 자연수 a 의 최솟값은 4이다.

17. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$ 의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$ 를 주어진 방정식에 대입하면
 $(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$
이 식을 정리하면
 $(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$
무리수가 서로 같은 조건에 의하여
 $260 - 26m = 0$, $160 - 16m = 0$
따라서, $m = 10$
계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$ 가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$ 도 근이다.
나머지 한 근을 α 라고 하면 근과 계수와의 관계에서
 $(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $\alpha = m - 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉡}$ 에서 $8\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면 $8(m - 8) = 2m - 4$
 $\therefore m = 10$

18. 삼차방정식 $x^3 - px + 2 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\frac{\beta+\gamma}{\alpha} + \frac{\gamma+\alpha}{\beta} + \frac{\alpha+\beta}{\gamma}$ 의 값은?

- ① $-p$ ② p ③ 0 ④ 3 ⑤ -3

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 0$ 이므로 주어진 식은 $\frac{-\alpha}{\alpha} + \frac{-\beta}{\beta} + \frac{-\gamma}{\gamma} = -3$ 이 된다.

19. $1-\sqrt{2}i$ 를 근으로 갖고 계수가 실수인 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$ 과 이차방정식 $x^2+ax+4=0$ 이 공통근을 갖는다. 이 때, $a+b+c$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$x^3+ax^2+bx+c=0$ 의 세근을 $1-\sqrt{2}i, 1+\sqrt{2}i, \alpha$ 라 하면근과 계수와의 관계에 의해

$$2+\alpha=-a, 2\alpha+3=b, 3\alpha=-c \quad \dots \text{(가)}$$

한편 $x^2+ax+4=0$ 과의 공통근이 $1-\sqrt{2}i, 1+\sqrt{2}i$ 이면 두근의 곱이 3이 되므로 적합하지 않다.

따라서 공통근은 x 이고 $x^2+ax+4=0$

$$\therefore \alpha=2 \text{ (가)의 세 식에 각각 } \alpha=2 \text{ 를 대입하면 } a=-4, b=7, c=-6$$

$$\therefore a+b+c=-3$$

20. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^6 + \omega^2 + \omega + 1$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}\omega^3 &= 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0 \\ (\omega^3)^2 + (\omega^2 + \omega + 1) &= 1^2 + 0 = 1\end{aligned}$$

21. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나) 를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.
(나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 1680$

② (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 3360$

③ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

④ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 3360$

⑤ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

해설

시속 30 km $\Rightarrow$ 분속 500 m
(가) $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10$, $\frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$
 $\therefore 25x + 3y = 10500$
(나) $\frac{x+y}{60} = 28$
 $\therefore x + y = 1680$

22. $\begin{cases} x^2 - (y+1)^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ 의 해가 $x = \alpha$, $y = \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?

① -10 ② -7 ③ -3 ④ 0 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} x^2 - (y+1)^2 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 25 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡식 $x^2 = 25 - y^2$ 을

㉠식에 대입하면

$$25 - y^2 - (y+1)^2 = 0$$

$$25 - y^2 - (y^2 + 2y + 1) = 0$$

$$-2y^2 - 2y + 24 = 0, y^2 + y - 12 = 0,$$

$$(y+4)(y-3) = 0,$$

$$\therefore y = -4, 3$$

$$\text{i) } y = -4, x = \pm 3$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 3 - 4 = 1, -3 - 4 = -7$$

$$\text{ii) } y = 3, x = \pm 4$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 4 + 3 = 7, -4 + 3 = -1$$

23. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로

$(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

24. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$, $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$ 이고 $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$ 이므로

$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$

$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$

따라서 $\alpha = 1$ 이고

$1 + 2 + k = 0$ 이므로 $k = -3$

25.
$$\begin{cases} xy + 3y - 2z = 0 \\ x + 2y - z = -1 \end{cases}$$
 이 연립방정식의 해 x, y, z 에 대하여 $x + y + z$

의 값들을 작은 값부터 나열하여라. (단, x, y, z 는 음이 아닌 정수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

▷ 정답 : 20

▷ 정답 : 23

해설

$$\begin{cases} xy + 3y - 2z = 0 \cdots \textcircled{1} \\ x + 2y - z = -1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - 2 \times \textcircled{2}$ 하면

$$xy + 3y - 2x - 4y = 2, \quad xy - 2x - y - 2 = 0$$

$$x(y - 2) - (y - 2) = 4, \quad (x - 1)(y - 2) = 4$$

x, y 는 음이 아닌 정수이므로

$$(x - 1, y - 2) = (1, 4), (2, 2), (4, 1)$$

$$\therefore (x, y, z) = (2, 6, 15), (3, 4, 12), (5, 3, 12)$$

$$\therefore x + y + z = 19, 20, 23$$