1. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

① 10 ② -10 ③ 3 ④ -3 ⑤ -5

해설

$(x-2)(x+5)=0$
$x^2+3x-10=0$

2. x 에 대한 이차방정식 $3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 a 의 값과 중근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식)$= 0$ 이므로
$3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$, $(x-4)^2 = \frac{a}{6}$, $a = 0$ 이다.
또한 중근은 $x = 4$ 이므로
$0 + 4 = 4$

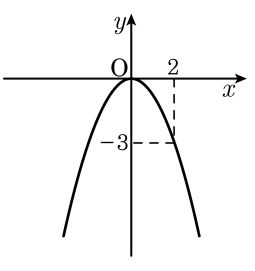
3. 다음 중 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있지 <u>않은</u> 점은?

① $(-2,\ 6)$ ② $(-4, -24)$ ③ $(0,\ 0)$
④ $(10,\ 150)$ ⑤ $(3,\ \frac{27}{2})$

해설

②$x = -4$ 일 때, 함숫값은 $\frac{3}{2} \times (-4)^2 = 24$ 이므로 점 $(-4,\ 24)$ 를 지난다.

4. 다음 그림의 포물선의 식은?



① $y=-\frac{2}{3}x^2$　② $y=\frac{3}{2}x^2$

③ $y=-\frac{3}{4}x^2$　④ $y=\frac{2}{3}x^2$

⑤ $y=-\frac{3}{2}x^2$

해설

꼭짓점이 원점이고, $(2,\ -3)$ 을 지나며 위로 볼록한 포물선은 $y=-\frac{3}{4}x^2$ 다.

5. 다음 중 계산한 값이 다른 하나는?

① $\sqrt{100} - \sqrt{13^2}$

② $-\dfrac{\sqrt{4 \times 3^2}}{2}$

③ $-\sqrt{(-5)^2} \times \dfrac{3}{\sqrt{25}}$

④ $-\sqrt{5^2} + \sqrt{64}$

⑤ $\left(-\sqrt{2}\right)^2 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 \div \left(-\sqrt{4}\right)$

해설

① $\sqrt{100} - \sqrt{13^2} = 10 - 13 = -3$

② $-\dfrac{\sqrt{4 \times 3^2}}{2} = -2 \times \dfrac{3}{2} = -3$

③ $-\sqrt{(-5)^2} \times \dfrac{3}{\sqrt{25}} = -3$

④ $-\sqrt{5^2} + \sqrt{64} = -5 + 8 = 3$

⑤ $\left(-\sqrt{2}\right)^2 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 \div \left(-\sqrt{4}\right) = -3$

6. $A=\left(-\sqrt{9}\right)^2-\left(-\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{(-2)^2}$, $B=\sqrt{8^2}\div\left(-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{(-5)^2}\times\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB의 값을 구하면?

① -60 ② -48 ③ 10 ④ 48 ⑤ 60

해설

$A=9-5-2=2$

$B=(8\div 2)+\left(5\times\frac{1}{5}\right)=4+1=5$

$AB=2\times 5=10$

7. 다음 두 수의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $3-\sqrt{3}<5-\sqrt{5}$　　② $\sqrt{0.3}<0.3$

③ $4\sqrt{3}-1<3\sqrt{5}-1$　　④ $5<\sqrt{3}+3$

⑤ $2\sqrt{6}+2<3\sqrt{2}+2$

해설

① $-2<-\sqrt{3}<-1$ 이므로 $1<3-\sqrt{3}<2$
$-3<-\sqrt{5}<-2$ 이므로 $2<5-\sqrt{5}<3$
$\therefore\ 3-\sqrt{3}<5-\sqrt{5}$
나머지의 부등호의 바른 방향은 모두 반대 방향으로 바뀐다.

8. 다음은 $5x+y$ 를 A 로 치환하여 인수분해하는 과정이다. 만족하는 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? (단, $a>b$)

$$(5x+y)(5x+y-3)-18$$
$$=A(A-3)-18$$
$$=A^2-3A-18=(5x+y+a)(5x+y+b)$$

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$5x+y=A$ 로 치환하면

$(5x+y)(5x+y-3)-18$

$=A(A-3)-18$

$=A^2-3A-18$

$=(A+3)(A-6)$

$=(5x+y+3)(5x+y-6)$

따라서, $a=3$, $b=-6$ 이므로 $a-b=9$ 이다.

9. $x = \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 이고, $y = \dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 일 때, $2(x+y)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{6}$ ⑤ $8\sqrt{6}$

해설

유리화하면, $x = \sqrt{3}-\sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}+\sqrt{2}$

$2(x+y) = 2(\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$

10. $x+y=4, xy=2$ 일 때, $(3x+y)^2-(x+3y)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $x>y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $64\sqrt{2}$

해설

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=8$

$\therefore x-y=2\sqrt{2}(\because x>y)$

$$\begin{aligned}(3x+y)^2-(x+3y)^2 &= (2x-2y)(4x+4y)\\ &= 8(x+y)(x-y)\\ &= 8\times4\times2\sqrt{2}\\ &= 64\sqrt{2}\end{aligned}$$

11. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2,-3)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

$y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2,-3)$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x-2)^2-3 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2-4x+4)-3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2+2x-5 \end{aligned}$$

$a=2$, $b=-5$

$\therefore a+b=2+(-5)=-3$

12. 다음 계산 중 옳은 것은?

① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=8+3\sqrt{2}$

② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=2-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{5\sqrt{6}}{6}$

⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

해설

① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3}+\frac{4-2\sqrt{6}}{2}$

$=2\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{6})=8-3\sqrt{6}$

② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$

$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=\frac{\sqrt{63}-\sqrt{35}}{\sqrt{7}}$

$=\sqrt{9}-\sqrt{5}=3-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{\sqrt{3}\times2\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$

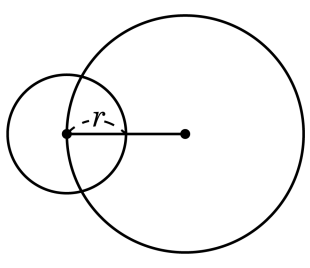
$=\left(\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2}+1\right)+\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}-1\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)+(1-1)=\frac{7\sqrt{6}}{6}$

⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(12+3\sqrt{6})}{3}$

$=\frac{12\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{3}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

13. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때 , 반지름 r 의 값은?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.
따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.
$r^2 - 4 = 0$
$\therefore\ r = 2\ (\because r > 0)$

14. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

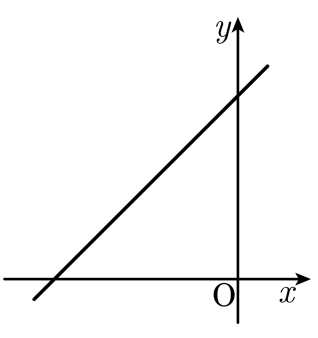
해설

$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ \ a=\frac{1}{2}$ 이다.

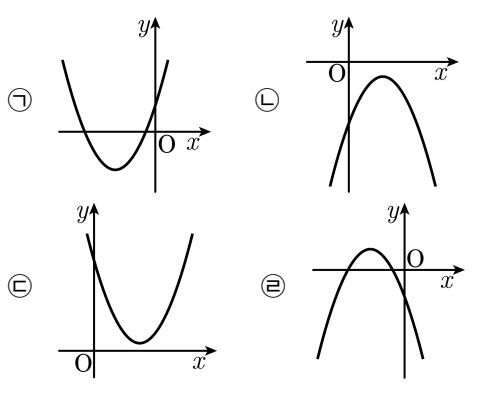
$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ \ b=13$ 이다.

$\therefore\ abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

15. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로
꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

16. 포물선 $f(x) = ax^2+bx+4$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지나고, $g(x) = mx^2+nx+p$ 는 점 $(5, -2)$ 를 지난다. 두 포물선이 y 축에 대하여 대칭일 때, 포물선 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $\left(\frac{1}{2}, \frac{61}{16}\right)$ ② $\left(\frac{1}{2}, \frac{31}{8}\right)$ ③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{63}{16}\right)$
④ $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ ⑤ $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$

해설

두 포물선 $f(x)$, $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로 $f(x)$ 는 점 $(-1, 4)$ 와 점 $(-5, -2)$ 를 지난다.
$f(x) = ax^2 + bx + 4$ 에 두 점 $(-1, 4), (-5, -2)$ 를 대입하면 $a - b + 4 = 4$ 이므로 $a = b$ 이다.

$25a - 5b + 4 = -2$

$20a = -6$

$a = b = -\frac{3}{10}$

$f(x) = -\frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{10}x + 4 = -\frac{3}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{163}{40}$

따라서 $f(x)$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이므로 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이다.

17. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 을 넘지 않는 최대 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타내고, $f(n) = 11$ 인 자연수 n 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $f\left(\frac{a-b}{3}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(n) = 11$ 이므로
$11 \le \sqrt{n} < 12$
$121 \le n < 144$
따라서 최댓값 $a = 143$, 최솟값 $b = 121$ 이다.
즉, $f\left(\frac{a-b}{3}\right) = f\left(\frac{22}{3}\right)$ 에서 $\sqrt{\frac{22}{3}}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 2 이다.

18. x에 관한 이차식 x^2+9x+k가 $(x+a)(x+b)$로 인수 분해될 때, k의 최댓값을 구하여라. (단, a, b는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a+b=9$가 되는 경우는
$(1,8)$, $(2,7)$, $(3,6)$, $(4,5)$
$\therefore$(k의 최댓값) $=4\times5=20$

19. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x & 5 \\ 3-x & x-2 \end{vmatrix} = 2x^2 - 5x$ 를 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$\begin{vmatrix} x & 5 \\ 3-x & x-2 \end{vmatrix} = x(x-2) - 5(3-x)$

를 정리하면

$x^2 - 2x - 15 + 5x = x^2 + 3x - 15$

즉, $x^2 + 3x - 15 = 2x^2 - 5x$

$x^2 - 8x + 15 = 0$

$(x-3)(x-5) = 0$

$\therefore\ x = 3$ 또는 $x = 5$

20. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3(a+b)^2+5(a+b)=2 \\ 5(a-b)^2-29(a-b)=6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-4$

해설

(i) $3(a+b)^2+5(a+b)=2$

$a+b=A$ 로 놓으면

$3A^2+5A-2=0$

$(3A-1)(A+2)=0$

$\therefore\ A=\frac{1}{3}$ 또는 $A=-2$

a, b 는 정수이므로 $a+b=-2$

(ii) $5(a-b)^2-29(a-b)=6$

$a-b=B$ 로 놓으면

$5B^2-29B-6=0$

$(5B+1)(B-6)=0$

$\therefore\ B=-\frac{1}{5}$ 또는 $B=6$

a, b 는 정수이므로 $a-b=6$

(i), (ii) 에서

$$\begin{array}{rl} & a+b=-2 \\ +) & a-b=6 \\ \hline & 2a=4 \end{array}$$

$\therefore\ a=2,\ b=-4$