

1. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	1	80
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	1	90
계	계	8	560

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})\end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}&\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\ &= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100\end{aligned}$$

이다.

2. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, 7, a^2 , b^2 , 9 의 평균은?

- ① 16 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4} = 5, \quad a+b+10 = 20$$

$\therefore a+b = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉠}}$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 3$$
$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4} = 3$$
$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4} = 3$$
$$a^2+b^2-10(a+b)+52 = 12$$

$\therefore a^2+b^2-10(a+b) = -40 \quad \cdots \cdots \textcircled{\tiny \text{㉡}}$

$\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ 의 식에 $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 10(a+b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

따라서 7, a^2 , b^2 , 9 의 평균은

$$\frac{7+a^2+b^2+9}{4} = \frac{16+60}{4} = 19 \text{이다.}$$

3. 변량 $x_1, x_2, + \dots + x_n$ 의 평균이 4 이고 표준편차가 3 일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균 m 과 표준편차 n 의 합 $m + n$ 을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$\frac{x_1, x_2, + \dots + x_n}{n} = 4$$
$$\frac{(3x_1 - 5) + (3x_2 - 5) + \dots + (3x_n - 5) +}{n}$$
$$= \frac{3(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 5n}{n}$$
$$= 3 \cdot 4 - 5 = 12 - 5 = 7 = m$$
$$\frac{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2}{n} = 3^2 = 9 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{(3x_1 - 5 - 7)^2 + (3x_2 - 5 - 7)^2}{n}$$
$$+ \frac{\dots + (3x_n - 5 - 7)^2}{n}$$
$$= \frac{\{3(x_1 - 4)^2\} + \{3(x_2 - 4)^2\} + \dots + \{3(x_n - 4)^2\}}{n}$$
$$= \frac{9 \{ (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2 \}}{n}$$
$$= 9 \cdot 9 = 81$$

따라서 표준편차 $n = \sqrt{81} = 9$ 이다.

따라서 $m + n = 7 + 9 = 16$ 이다.