

1. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다.
학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값) $\times$ (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	1	80
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	1	90
계	계	8	560

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

2. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, 7, a^2 , b^2 , 9 의 평균은?

① 16

② 17

③ 19

④ 21

⑤ 23

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, \quad a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (a - 5)^2 + (b - 5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

따라서 7, a^2 , b^2 , 9 의 평균은

$$\frac{7 + a^2 + b^2 + 9}{4} = \frac{16 + 60}{4} = 19 \text{이다.}$$

3. 변량 $x_1, x_2, + \dots + x_n$ 의 평균이 4 이고 표준편차가 3 일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균 m 과 표준편차 n 의 합 $m + n$ 을 구하면?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} &= 4 \\ \frac{(3x_1 - 5) + (3x_2 - 5) + \dots + (3x_n - 5)}{n} \\ &= \frac{3(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 5n}{n} \\ &= 3 \cdot 4 - 5 = 12 - 5 = 7 = m \\ \frac{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2}{n} &= 3^2 = 9 \text{ 일 때,} \\ \frac{(3x_1 - 5 - 7)^2 + (3x_2 - 5 - 7)^2}{n} \\ &+ \frac{\dots + (3x_n - 5 - 7)^2}{n} \\ &= \frac{\{3(x_1 - 4)^2\} + \{3(x_2 - 4)^2\} + \dots + \{3(x_n - 4)^2\}}{n} \\ &= \frac{9 \{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2\}}{n} \\ &= 9 \cdot 9 = 81 \end{aligned}$$

따라서 표준편차 $n = \sqrt{81} = 9$ 이다.

따라서 $m + n = 7 + 9 = 16$ 이다.