

1. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를 $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

② 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 2

③ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 3

④ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 2

⑤ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$\therefore$ 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

2. 등식 $(x-2)(ax-3) = 4x^2 + bx + c$ 가 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 구하면?

① $a = 4, b = 5, c = 6$

② $a = 2, b = -10, c = 5$

③ $a = 4, b = -11, c = 6$

④ $a = 2, b = -10, c = 6$

⑤ $a = 2, b = -9, c = 5$

해설

(좌변) $= ax^2 - (2a+3)x + 6$ 이므로

$$ax^2 - (2a+3)x + 6 = 4x^2 + bx + c$$

계수를 비교하면 $a = 4, -2a - 3 = b, 6 = c$

이것을 풀면 $a = 4, b = -11, c = 6$

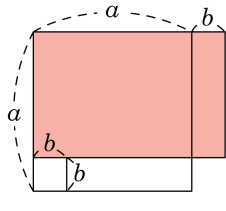
3. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

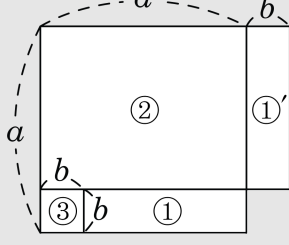
$x=0$ 을 대입하면: $a=1$
 $x=-1$ 을 대입하면: $b=2$
 $x=2$ 을 대입하면: $c=-1$
 $\therefore a+b+c=2$

4. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
⑤ $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



$$(a + b)(a - b) = ①' + ②$$
$$①' = ③ \text{ 이므로}$$
$$(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$$
$$\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

5. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

6. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{ 이므로} \\ & ab + 2 = 0, \quad a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, \quad b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

7. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

8. 세 개의 다항식 $x^3 + ax + b$, $x^3 + cx^2 + a$, $cx^2 + bx + 4$, 의 공약수 중 하나가 $x - 1$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 4

해설

$$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow f(1) = 1 + a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$g(x) = x^3 + cx^2 + a \rightarrow g(1) = 1 + c + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$h(x) = cx^2 + bx + 4 \rightarrow h(1) = c + b + 4 = 0 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} \text{에서 } 2(a + b + c) + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

9. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면
 $(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$
 $\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$
 $z = 2x, y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면
 $x = 2, y = -6, z = 4$
 $\therefore 3x + y + z = 4$

10. $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를 $(x + 1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -12 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$\begin{array}{r} x-6 \\ x^2+2x+1 \overline{) x^3-4x^2+ax+b} \\ \underline{-(x^3+2x^2+x)} \\ -6x^2+(a-1)x+b \\ \underline{-(6x^2-12x+6)} \\ (a+11)x+b+6 \end{array}$$

나머지가 7이므로 $a + 11 = 0, b + 6 = 7$

$\therefore a = -11, b = 1$

$\therefore a + b = -10$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 + ax + b &= (x + 1)^2(x + k) + 7 \\ &= x^3 + (k + 2)x^2 + (2k + 1)x + k + 7 \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$\begin{aligned} k + 2 &= -4, 2k + 1 = a, k + 7 = b \\ k &= -6 \text{ 이므로 } a = -11, b = 1 \\ \therefore a + b &= -10 \end{aligned}$$

11. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - x$ 로 나누면 3이 남고 $x^2 + x - 6$ 로 나누면 $x - 1$ 이 남을 때, $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$$f(x) = x(x-1)Q_1(x) + 3$$

$$f(x) = (x-2)(x+3)Q_2(x) + x-1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$f(1) = 3, f(2) = 1 \text{ 이므로}$$

$$a + b = 3, 2a + b = 1$$

$$\text{연립하여 풀면, } a = -2, b = 5$$

$$\therefore (\text{구하는 나머지}) R(x) = -2x + 5$$

$$\therefore R(1) = 3$$

12. 최대공약수가 $x - 1$, 최소공배수가 $x^3 - 7x + 6$ 인 두 이차다항식의 합은?

- ① $2x^2 + x + 3$ ② $2x^2 + 3x - 1$ ③ $x^2 - x - 2$
④ $2x^2 - x - 1$ ⑤ $x^2 - 3x - 2$

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로
두 다항식을 $A(x - 1)$, $B(x - 1)$
(A , B 는 서로소인 일차식)으로 놓으면
 $x^3 - 7x + 6 = AB(x - 1)$
 $(x - 1)(x - 2)(x + 3) = AB(x - 1)$
 $\therefore AB = (x - 2)(x + 3)$
 A , B 는 일차식이어야 하므로
$$\begin{cases} A = x - 2 \\ B = x + 3 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} A = x + 3 \\ B = x - 2 \end{cases}$$

따라서 두 다항식은 $(x - 1)(x - 2)$, $(x - 1)(x + 3)$ 이다.
 $\therefore$ (두 다항식의 합)
 $= (x - 1)(x - 2) + (x - 1)(x + 3) = 2x^2 - x - 1$

13. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 을 바르게 인수분해 한 것을 찾으면?

- ① $(x^2 + 1)(x + 3)(x + 1)$ ② $(x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$
③ $(x^2 + 1)(x - 3)(x - 1)$ ④ $(x^2 - 3)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 3)(x - 1)(x + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3 \\ &= (x^4 - 2x^2 - 3) + 2x^3 + 2x \\ &= (x^2 - 3)(x^2 + 1) + 2x(x^2 + 1) \\ &= (x^2 + 1)(x^2 + 2x - 3) \\ &= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 1) \end{aligned}$$

14. $xy(x-y) + yz(y-z) + zx(z-x)$ 을 인수분해하면?

- ① $-(x-y)(y-z)(z-x)$ ② $-(x+y)(y-z)(z-x)$
③ $-(x-y)(y+z)(z-x)$ ④ $-(x-y)(y-z)(z+x)$
⑤ $-(x-y)(y+z)(z+x)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= xy(x-y) + zx(z-x) + yz(y-z) \\&= yx^2 - y^2x + z^2x - zx^2 + yz(y-z) \\&= (y-z)x^2 - (y^2 - z^2)x + yz(y-z) \\&= (y-z)x^2 - (y+z)(y-z)x + yz(y-z) \\&= (y-z)\{x^2 - (y+z)x + yz\} \\&= (y-z)(x-y)(x-z) \\&= -(x-y)(y-z)(z-x)\end{aligned}$$

15. $x^2 + ax + b$, $x^2 + bx + a$ 의 최대공약수가 x 의 일차식일 때, 최소공배수는?

① $(x-2)(x-a)(x-b)$

② $(x+2)(x-a)(x-b)$

③ $(x+1)(x+a)(x+b)$

④ $(x+1)(x-a)(x-b)$

⑤ $(x-1)(x-a)(x-b)$

해설

$$\begin{cases} x^2 + ax + b \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ x^2 + bx + a \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} - \textcircled{\text{㉡}} : (a-b)(x-1)$$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $a \neq b$ 이므로 최대공약수는 $x-1$ 이다.

$$1+a+b=0, a=-1-b, b=-1-a$$

$$\text{이 때, } \textcircled{\text{㉠}} \text{은 } x^2 - (1+b)x + b = (x-1)(x-b)$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \text{은 } x^2 - (1+a)x + a = (x-1)(x-a)$$

여기서, $a \neq b$ 이므로 $x-a$ 와 $x-b$ 는 서로 소이다.

따라서, 구하는 최소공배수는 $(x-1)(x-a)(x-b)$