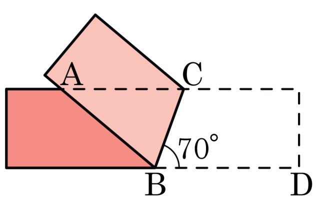
1. 다음 직사각형 모양의 종이를 $\overline{BC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\angle CBD = 70°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하면?

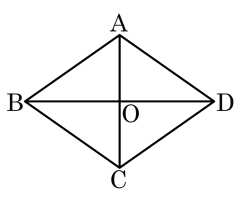


① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\angle CBD = \angle ACB = 70°$ ($\because$ 엇각) 이고 $\angle CBD = \angle ABC = 70°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle BAC = 180° - 70° - 70° = 40°$ 이다.

2. 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

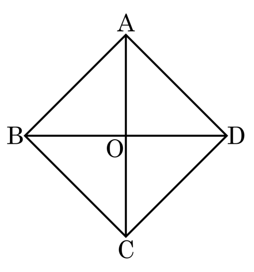


① $\overline{AB} = \overline{CD}$
② $\angle A = \angle C$
③ $\overline{BO} = \overline{DO}$
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$
⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 길이는 같지 않다.
따라서 $\overline{AC} \neq \overline{BD}$ 이다.

3. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle BAC = \angle DAC$

② $\angle ABD = \angle CBD$

③ $\angle DAB = \angle ABC$

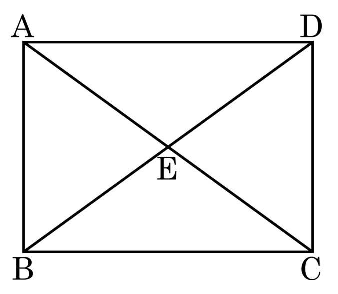
④ $\overline{AO} = \overline{CO}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

③ 평행사변형에서 이웃하는 두 각의 합은 $180°$ 인데 $\angle DAB = \angle ABC$ 이면,
$\angle DAB = \angle ABC = 90°$ 가 되어 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.
⑤ 평행사변형에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 인데 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 가 되면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 가 되어 □ABCD 는 직사각형이 된다. 따라서 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

4. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = 7x - 1$, $\overline{ED} = 5x + 5$ 일 때, 대각선 AC 의 길이는?



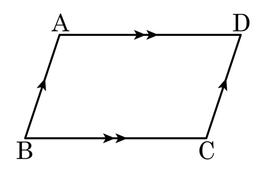
① 38 cm ② 40 cm ③ 42 cm ④ 44 cm ⑤ 46 cm

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이고, $\overline{BE} = \overline{DE}$ 이므로

$7x - 1 = 5x + 5, 2x = 6, x = 3$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = 2(5 \times 3 + 5) = 40(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 를 만족할 때, 직사각형이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\angle A = \angle C$ 이다.

② $\angle A = \angle D$ 이다.

③ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} \perp \overline{DO}$ 이다.

④ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이다.

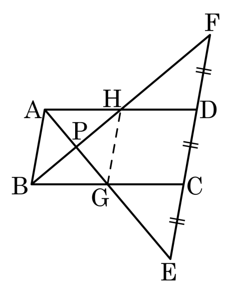
해설

한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

② $\angle A = \angle D = 90°$

④ $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, □ABGH 는 어떤 사각형인가? 또, $2\angle FPE$ 의 크기는?

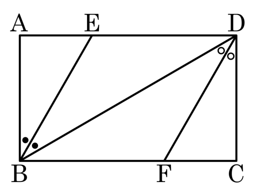


① 정사각형, $90°$
② 정사각형, $180°$
③ 직사각형, $180°$
④ 마름모, $90°$
⑤ 마름모, $180°$

해설

그림에서 $\overline{FD} : \overline{FC} = \overline{HD} : \overline{BD} = 1 : 2$
($\because$ HD // BC)
그런데 $\overline{BC} = \overline{AD} = 2\overline{AB}$ $\therefore \overline{HD} = \overline{AB} = \overline{AH}$
$\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG} = \overline{GH}$이므로 마름모이다.
□ABGH 는 마름모에 성격에 따라 두 대각선이 서로 수직이등분을 하므로 $\angle FPE$ 는 직각이다.
따라서 $\angle FPE = 180°$이다.

7. 다음 그림의 직사각형ABCD 에서 $\overline{BD}$ 는 대각선이고, $\angle ABD$ 와 $\angle BDC$ 의 이등분선을 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 라 한다. 사각형EBFD 가 마름모라면 $\angle AEB$ 의 크기는?



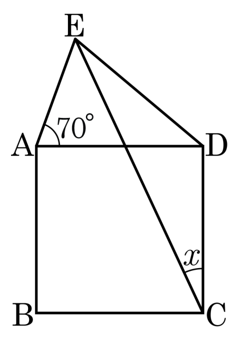
① 40° ② 50° ③ 60°

④ 65° ⑤ 75°

해설

마름모의 성질에 의하여 $\angle ADB = \angle BDF$ 이다.
$\angle D$ 가 직각인데 3 등분이 되므로
$\angle ADB$ 의 크기는 30°
그러므로 $\angle AEB$ 의 크기는 60° 이다.

8. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle EAD = 70°$, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

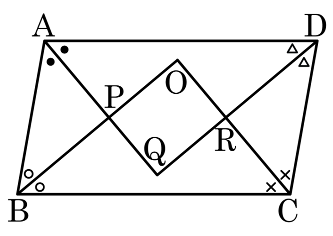


① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

□ABCD 는 정사각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 △DAE 는 이등변삼각형이므로 $\angle EDA = 180° - 70° - 70° = 40°$ 이다.
△CDE 는 이등변삼각형이므로
$\angle x = (180° - 40° - 90°) \div 2 = 25°$ 이다.

9. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?

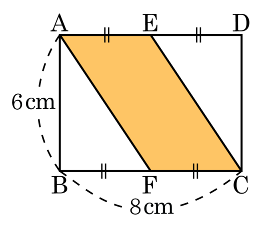


① 평행사변형 ② 마름모 ③ 등변사다리꼴
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$
$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180 - 90)° = 90°$
마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$
$\therefore$ 직사각형

10. 직사각형 ABCD 에서 어두운 도형의 넓이는 ?

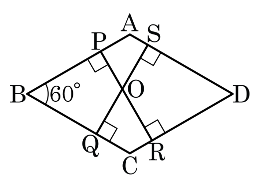


① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{FC}}$, $\overline{\mathrm{AE}} /\!/ \overline{\mathrm{FC}}$ 하므로
□AFCE 는 평행사변형이다.
$\overline{\mathrm{CF}} = 4$ 이므로 □AFCE $= 4 \times 6 = 24$

11. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60^\circ$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

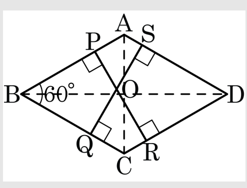


① $\overline{AC}$　　② $\overline{BD}$　　③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$　　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



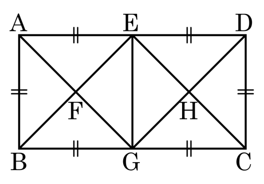
$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS})$ $\cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

12. 두 정사각형을 이어 그림과 같이 □ABCD 를 만들었다. □EBGD 는 어떤 사각형이며 또한 □EFGH 는 어떤 사각형인지 구하여라. (단, 답은 순서대로 적어라.)

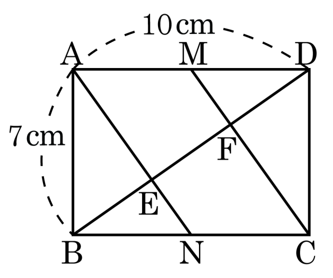


① 평행사변형, 마름모
② 평행사변형, 직사각형
③ 평행사변형, 정사각형
④ 사다리꼴, 정사각형
⑤ 사다리꼴, 마름모

해설

$\overline{BG} = \overline{ED}$, $\overline{BG} // \overline{ED}$ 이므로
□EBGD 는 평행사변형이다.
$\overline{EF} = \overline{EH} = \overline{HG} = \overline{FG}$ ($\because$ 대각선의 길이가 서로 같다)
따라서 □EFGH 는 정사각형이다.

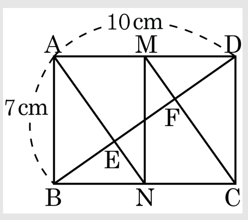
13. 오른쪽 그림에서 □ABCD는 직사각형이고, 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$일 때, □ENCF의 넓이는?



① $\frac{33}{2}\,\text{cm}^2$　② $17\,\text{cm}^2$　③ $\frac{35}{2}\,\text{cm}^2$
④ $18\,\text{cm}^2$　⑤ $\frac{37}{2}\,\text{cm}^2$

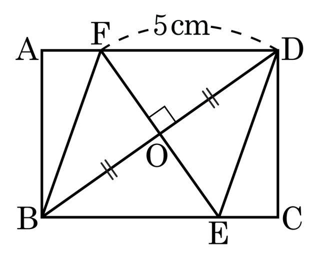
해설

$\triangle MNC \equiv \triangle ABN$ 이므로



$\square ANCM = \triangle ANM + \triangle MNC$
$= \triangle ANM + \triangle ABN = \square ABNM$
$= \frac{1}{2}\square ABCD$
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 7 = 35\,(\text{cm}^2)$
$\therefore \square ENCF = \frac{1}{2}\square ANCM = \frac{35}{2}\,(\text{cm}^2)$

14. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} \perp \overline{FE}$ 일 때, 사각형 FBED 의 둘레의 길이를 구하여라.



① 18 cm　② 20 cm　③ 22 cm　④ 24 cm　⑤ 26 cm

해설

$\triangle FBO \equiv \triangle FDO$(SAS합동) 이므로

$\overline{FB} = \overline{FD}$

$\triangle FOD \equiv \triangle EOB$(ASA합동) 이므로

$\overline{FD} = \overline{EB}$

$\triangle BEO \equiv \triangle DEO$(SAS합동) 이므로

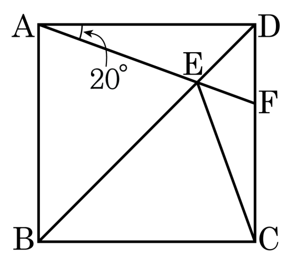
$\overline{EB} = \overline{ED}$

따라서 $\overline{FB} = \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{FD}$ 이므로 □FBED 는 마름모이다.

따라서 □FBED 의 둘레의 길이는

$\overline{FB} + \overline{BE} + \overline{ED} + \overline{DF} = 4 \times 5 = 20\,(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 가 대각선이고 $\angle DAE = 20°$ 일 때, $\angle BEC$ 의 크기는?



① 55° ② 60° ③ 65° ④ 67° ⑤ 70°

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle CDE$ (SAS 합동) 이므로,
$\angle ECF = 20°$
$\triangle BEC$ 에서 $\angle CBE = 45°$, $\angle BCE = 70°$
$\therefore \angle BEC = 180° - (70° + 45°) = 65°$