1. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$의 최솟값은? (단, a, n은 자연수)

① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$\frac{3\times5^2}{4\times5^2}=\frac{75}{10^2}$, $a+n=75+2=77$

2. 음이 아닌 한 자리의 정수 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 에 대하여 $\frac{13}{7} = a_1 + \frac{a_2}{10} + \frac{a_3}{10^2} + \cdots + \frac{a_n}{10^{n-1}} + \cdots$ 일 때, $a_4 + a_{10} + a_{16} + a_{22} + \cdots + a_{58} + a_{64}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 77

해설

$\frac{13}{7} = 1.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 $a_1 = 1$이고$a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 은 순서대로 소수점 아래 순환마디 $8, 5, 7, 1, 4, 2$ 이다.
따라서 $a_4 = a_{10} = a_{16} = \cdots = a_{64} = 7$ 이고, $64 = 6 \times 11 - 2$ 이므로
$a_4 + a_{10} + a_{16} + a_{22} + \cdots + a_{58} + a_{64} = 7 \times 11 = 77$

3. 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$, $0.\dot{b}\dot{a}$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{10a+b+10b+a}{99} = \frac{11a+11b}{99} = \frac{a+b}{9}$$
$$= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}$$

$\therefore\ a+b=3$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$a=1,\ b=2$

$\therefore a-b=-1$

4. $20^a = 4,\ 20^b = 3$ 일 때, $5^{\frac{a+b}{1-a}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$5 = \frac{20}{4} = \frac{20}{20^a} = 20^{1-a}$

$5^{\frac{a+b}{1-a}} = (20^{1-a})^{\frac{a+b}{1-a}} = 20^{a+b} = 20^a \times 20^b = 4 \times 3 = 12$

5. 다음 식에서 n의 값을 구하여라.
$8^n \times 2^3 = 512$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$8^n \times 2^3 = 512$
$2^{3n} \times 2^3 = 2^9$
$3n + 3 = 9$
$\therefore\ n = 2$

6. 다음 식을 간단히 나타내면?

$$5x - [3y - \{x - (2x - y)\}]$$

① $x - y$　② $2x - y$　③ $2x - 2y$
④ $4x - 2y$　⑤ $4x - 4y$

해설

$5x - [3y - \{x - (2x - y)\}]$
$= 5x - \{3y - (-x + y)\}$
$= 5x - (3y + x - y)$
$= 5x - 2y - x$
$= 4x - 2y$

7. 다음 중에서 전개하였을 때의 전개식이 $(-x+y)^2$ 과 같은 것은?

① $(x-y)^2$ ② $(x+y)^2$ ③ $-(x-y)^2$
④ $-(x+y)^2$ ⑤ $(-x-y)^2$

해설

$(-x+y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
① $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
② $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
③ $-(x-y)^2 = -x^2 + 2xy - y^2$
④ $-(x+y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$
⑤ $(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ $(-x+y)^2 = \{-(x-y)\}^2 = (x-y)^2$

8. 다음 식을 전개하면?
$(2x+3y-4)(2x-3y+4)$

① $4x^2-y^2+y-16$
② $4x^2-y^2+9y-16$
③ $4x^2-9y^2+y-16$
④ $4x^2+9y^2-24y-16$
⑤ $4x^2-9y^2+24y-16$

해설

$\{2x+(3y-4)\}\{2x-(3y-4)\}$
$3y-4=t$라 하면
$(2x+t)(2x-t)$
$=4x^2-t^2$
$t=3y-4$를 대입하면
$4x^2-(3y-4)^2$
$=4x^2-9y^2+24y-16$

9. 5% 인 소금물 xg 과 15% 인 소금물 yg 속에 들어 있는 소금의 양의 합이 30g 이라고 할 때, 두 미지수 x, y 에 관한 일차방정식은?

① $5x+15y=30$ ② $\frac{x}{5}+\frac{y}{15}=30$ ③ $x+3y=30$
④ $x+3y=3000$ ⑤ $x+3y=600$

해설

$\frac{5}{100}x+\frac{15}{100}y=30$, $5x+15y=3000$
$\therefore\ x+3y=600$

10. 일차방정식 $ax-2y=8$ 의 그래프가 두 점 $(2,\ b)$, $(4,\ 6)$ 을 지날 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$ax-2y=8$에 $x=4, y=6$을 대입하면
$a\times4-2\times6=8$
$4a=20$
$a=5$
$5x-2y=8$에 $x=2, y=b$을 대입하면 $2b=2$
$b=1$
$a=5,\ b=1 \quad \therefore\ a-b=4$

11. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-2y=a+5 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값이 y 의 값의 2 배라고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x=2y$ 이므로 $x+2y=8$ 에 대입하면
$2y+2y=8$
$4y=8$
$y=2$
x 의 값이 y 의 값의 2 배이므로 $x=4$
$(4,\ 2)$를 $3x-2y=a+5$ 에 대입하면
$3\times4-2\times2=a+5$
$8=a+5$
$\therefore a=3$

12. 연립방정식 $\begin{cases} 3(x-y)+4y=a \\ x+2(x-2y)=7 \end{cases}$ 의 해가 $(-1,\ b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -8　② -6　③ -4　④ -2　⑤ 0

해설

$\begin{cases} 3(x-y)+4y=a & \cdots ① \\ x+2(x-2y)=7 & \cdots ② \end{cases}$ 을 정리하면 $\begin{cases} 3x+y=a & \cdots ③ \\ 3x-4y=7 & \cdots ④ \end{cases}$

가 된다.

④식에 $(-1,\ b)$ 를 대입하면 $b=-\frac{5}{2}$

③식에 $\left(-1,\ -\frac{5}{2}\right)$ 를 대입하면 $a=-\frac{11}{2}$

$\therefore\ a+b=-\frac{11}{2}-\frac{5}{2}=-8$

13. 연립방정식 $\frac{x+y+a}{3}=\frac{x-a}{2}=\frac{x-by-11}{5}$ 의 해가 $(7,\ -9)$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$10(x+y+a)=15(x-a)=6(x-by-11)$
$10(7-9+a)=15(7-a)=6(7+9b-11)$
$-20+10a=105-15a$
$25a=125$
$\therefore\ a=5$
$30=-24+54b$
$54=54b$
$\therefore\ b=1$
따라서 $ab=5$ 이다.

14. 다음 연립방정식 중 해가 존재하지 <u>않는</u> 것은?

① $\begin{cases} y = -3x \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

② $\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$

③ $\begin{cases} y = x - 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -7 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x = 3y + 2 \end{cases}$

해설

⑤ $\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x = 3y + 2 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$ 이므로 해가 없다.

15. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+by=4 \\ 4x-2y=c \end{cases}$ 의 해가 없을 때, b, c 의 값을 바르게 구한 것은?

① $b=-1,\ c=8$ ② $b=1,\ c=8$ ③ $b\neq-1,\ c=8$
④ $b\neq1,\ c\neq8$ ⑤ $b=-1,\ c\neq8$

해설

$\frac{2}{4}=\frac{b}{-2}\neq\frac{4}{c}$ 에서 $b=-1,\ c\neq8$

16. A , B 두 종류의 상품이 있다. A 상품 3 개와 B 상품 2 개의 값은 2400 원이고, A 상품 4 개와 B 상품 3 개의 값이 3300 원일 때, A 상품 1 개와 B 상품 1 개 가격의 합은?

① 900 원　　② 1000 원　　③ 1100 원
④ 1200 원　　⑤ 1300 원

해설

A 상품의 가격을 x 원, B 상품의 가격을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2400 & \cdots (1) \\ 4x + 3y = 3300 & \cdots (2) \end{cases}$$

$(1) \times 3 - (2) \times 2$ 하면 $x = 600$
$x = 600$ 을 (1) 에 대입하여 풀면 $y = 300$
따라서 A, B 상품 1 개 가격의 합은
$600 + 300 = 900$ (원) 이다.

17. 어느 은행은 정기예금에 대해 1 년 예치시 1000 만원은 6% 이자를 지급하고, 500 만원은 5% 의 이자를 지급한다. 오늘 이자 지급일이 되어 이자를 찾아간 손님은 모두 40 명이고, 지급 액수는 1420 만원이었다. 이때, 500 만원을 예치한 손님은 1000 만원을 예치한 손님보다 몇 명 더 많은지 구하여라. (단, 손님들은 원금을 제외한 이자만 지급받았으며, 이 이자에 대한 세금은 생각하지 않는다.)

▶ 답 : _____ 명

▷ 정답 : 16 명

해설

1000 만원을 예치한 손님 수를 x 명, 500 만원을 예치한 손님 수를 y 명이라고 하자.
(이자) = (원금) × (이자율) 이므로, 1000 만원을 예치한 손님 x 명의 이자는 $10000000 \times 0.06 \times x = 600000x$ 이고, 500 만원을 예치한 손님 y 명의 이자는 $5000000 \times 0.05 \times y = 250000y$ 이다.

$$\begin{cases} x + y = 40 & \cdots ㉠ \\ 600000x + 250000y = 14200000 & \cdots ㉡ \end{cases}$$ 을 간단히 하면

$$\begin{cases} x + y = 40 & \cdots ㉠' \\ 12x + 5y = 284 & \cdots ㉡' \end{cases}$$

㉡′ − ㉠′ × 5를 하면 $7x = 84$, $x = 12$ $\cdots$ ㉢
㉢을 ㉠ 에 대입하면 $12 + y = 40$, $y = 28$ 이다.
$\therefore 28 - 12 = 16$(명)

18. 전체 16km 의 거리를 등산하는 데, 올라갈 때는 시속 3km 의 속력으로 내려올 때는 시속 4km 의 속력으로 걸어서 4 시간 40 분이 걸렸다. 내려 온 거리를 구하여라.

▶ 답 : _____ km

▷ 정답 : 8 km

해설

올라간 거리를 $x$km , 내려온 거리를 $y$km 라 하면

$$\begin{cases} x+y=16 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=4\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=16 \\ 4x+3y=56 \end{cases}$$

방정식을 풀면 $x=8,\ y=8$

$\therefore$ 내려온 거리는 8km

19. 맥도리아에서 햄버거 6종류, 음료수 3종류, 선택메뉴 4종류가 있다. 세트메뉴를 주문하면 햄버거 1개, 음료수 1개, 선택메뉴 1개를 먹을 수 있다. 세트메뉴를 주문하는 방법은 모두 몇 가지인가?

① 36가지 ② 72가지 ③ 144가지
④ 48가지 ⑤ 96가지

해설

$6 \times 3 \times 4 = 72$ (가지)

20. 한 쌍의 부부와 그 친구 6 명이 일렬로 나란히 서서 사진을 찍는다. 부부는 이웃하여 서게 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 가지

▷ 정답 : 10080 가지

해설

부부를 한 묶음으로 보고 7 명이 한 줄로 서는 경우의 수를 구한 후 부부의 위치가 바뀌는 경우를 생각한다.

$\therefore\ (7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 10080$ 가지

21. 5 부터 9 까지 5 장의 카드 중에서 3 장을 뽑아 세 자리의 수를 만들어 큰 수부터 작은 수를 차례로 나열할 때, 965는 몇 번째 수인가?

▶ 답 : _____ 번째

▷ 정답 : 9 번째

해설

백의 자리가 9 일 때, 십의 자리가 7 보다 큰 경우는 모두 $2\times3=6$ (가지) 이다.
백의 자리가 9 이고, 십의 자리가 6 인 경우 큰 수부터 차례대로 나열하면 968, 967, 965 이다.
따라서 965 는 큰 수부터 9 번째 수이다.

22. 주사위 한 개를 연속으로 두 번 던질 때, 처음 나온 수를 x, 두 번째 나온 눈의 수를 y 라고 할 때, $2x + 4y = 12$ 가 되는 경우의 수를 구하면?

① 2가지 ② 3가지 ③ 4가지
④ 5가지 ⑤ 6가지

해설

$x = 6 - 2y$ 이므로 x, y 의 순서쌍은 $(4, 1), (2, 2)$
$\therefore$ 2가지

23. 길이가 각각 2cm, 3cm, 4cm, 5cm, 6cm 인 5 개의 막대 중에서 3 개를 골랐을 때 삼각형이 이루어질 확률은?

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

해설

5 개의 막대 중에서 3 개를 고르는 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$ (가지) 이고, 삼각형의 결정 조건에 의해 두 변의 길이의 합은 다른 한 변의 길이보다 커야 하므로 삼각형이 이루어지는 경우는 (2, 3, 4), (2, 4, 5), (2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6) 의 7 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}$ 이다.

24. A, B, C, D 네 사람을 한 줄로 세울 때 C가 맨 앞에 설 확률을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

(모든 경우의 수)$= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)
C가 맨 앞에 서고 나머지의 순서를 정하는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)
$\therefore \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

25. 8월에 하루 중 비가 올 확률이 80%일 때, 하루는 비가 오고 그 다음날은 비가 오지 않을 확률은?

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{4}{25}$ ③ $\frac{1}{25}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{16}{25}$

해설

$0.8 = \frac{4}{5}$ 이므로 (확률) $= \frac{4}{5} \times \left(1 - \frac{4}{5}\right) = \frac{4}{25}$

26. 다음 식의 계산 중 바르지 <u>못한</u> 것은?

① $\sqrt{5^2} \times \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = 3$

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 200$

③ $-\sqrt{49} + \left(\sqrt{13}\right)^2 = 6$

④ $\sqrt{10^2} - \sqrt{(-9)^2} = 1$

⑤ $\sqrt{(-20)^2} - \sqrt{400} = 0$

해설

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 0.002$

27. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x=1$ 일 때, $\sqrt{15+x}$ 는 자연수가 된다.

㉡ $x=3$ 일 때, $\sqrt{24+x}$ 는 자연수가 된다.

㉢ $x=4$ 일 때, $\sqrt{140+x}$ 는 자연수가 된다.

㉣ $x=6$ 일 때, $\sqrt{85+x}$ 는 자연수가 된다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $x=3$ 일 때, $\sqrt{24+x}=\sqrt{27}$ 이고 27은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
㉣ $x=6$ 일 때, $\sqrt{85+x}=\sqrt{91}$ 이고 91은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

28. $\sqrt{32}-2$ 와 $\sqrt{8}+3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2}+2$ 와 $\sqrt{3}-1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$\sqrt{32}-2-\left(\sqrt{8}+3\right)<0$ 이므로

$\sqrt{32}-2<\sqrt{8}+3$

$\sqrt{2}+2-\left(\sqrt{3}-1\right)>0$ 이므로

$\sqrt{2}+2>\sqrt{3}-1$

두 수의 합은 $\sqrt{32}-2+\sqrt{2}+2=4\sqrt{2}+\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

따라서 $a+b=7$ 이다.

29. 다음 중 그 값이 가장 작은 것을 a, 절댓값이 가장 큰 것을 b 라고 할 때, a, b 를 올바르게 구한 것은?

㉠ $\sqrt{24} \div \sqrt{6}$	㉡ $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$
㉢ $-\sqrt{21} \div \sqrt{3}$	㉣ $(-\sqrt{6}) \div (-\sqrt{2})$
㉤ $8 \div \sqrt{32}$	

① a : $8 \div \sqrt{32}$, b : $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$

② a : $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$, b : $-\sqrt{6} \div -\sqrt{2}$

③ a : $\sqrt{24} \div \sqrt{6}$, b : $-\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

④ a : $-\sqrt{21} \div \sqrt{3}$, b : $-\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

⑤ a : $\sqrt{24} \div \sqrt{6}$, b : $-\sqrt{6} \div -\sqrt{2}$

해설

㉠ $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = \sqrt{4}$

㉡ $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}} = \sqrt{2}$

㉢ $-\sqrt{21} \div \sqrt{3} = -\sqrt{7}$

㉣ $-\sqrt{6} \div -\sqrt{2} = \sqrt{3}$

㉤ $8 \div \sqrt{32} = \sqrt{2}$

따라서 가장 작은 값은 a : $-\sqrt{21} \div \sqrt{3}$, 절댓값이 가장 큰 값은 b : $-\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

30. 상수 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2} + 1$에 대하여, 유리수 x, y가 $ax + by = 2a + b$를 만족할 때, $x + y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 3$

해설

주어진 식에 a, b를 각각 대입하면

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + (2\sqrt{2} + 1)y = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} + 1$

양변을 $\sqrt{3}$ 항과 $\sqrt{2}$ 항으로 각각 정리하면

$x\sqrt{3} + (2y - x)\sqrt{2} + y = 2\sqrt{3} + 1$

$\therefore\ x = 2,\ y = 1$

$\therefore\ x + y = 3$