1. $\left(\frac{x^4}{y^a}\right)^3 = \frac{x^b}{y^6}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\left(\frac{x^4}{y^a}\right)^3 = \frac{x^{12}}{y^{3a}} = \frac{x^b}{y^6}$ 이므로 $3a = 6$

따라서 $a = 2$ 이고 $b = 12$ 이다.

$\therefore a + b = 2 + 12 = 14$

2. $x=4,\ y=-2$ 일 때, $\left(\frac{4}{xy^3}\right)^2\times\left(-\frac{y^2}{2x}\right)^3\times(3xy)^3$ 의 값은?

① 3 ② 8 ③ 21 ④ 27 ⑤ 35

해설

(준식) $=\frac{16}{x^2y^6}\times\left(-\frac{y^6}{8x^3}\right)\times 27x^3y^3=-\frac{54y^3}{x^2}$,

$x=4,\ y=-2$를 대입하면 $-\frac{54\times(-2)^3}{4^2}=27$이다.

3. $5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$을 간단히 나타내면?

① 5^{x+1} ② 5^{5x} ③ 25^x ④ 5^{x+2} ⑤ 5^{x+3}

해설

$5 \times 5^x = 5^{x+1}$

4. $a = 2^{x+1}$ 일 때, 8^x 을 a 에 관한 식으로 나타낼 때, 옳은 것은?

① $-\frac{1}{8}a^3$ ② $-\frac{1}{8a^3}$ ③ $8a^3$ ④ $\frac{1}{8a^3}$ ⑤ $\frac{1}{8}a^3$

해설

$a = 2^x \times 2 \quad \therefore\ 2^x = \frac{a}{2}$

$8^x = (2^3)^x = (2^x)^3 = \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}a^3$

5. 어떤 다항식에서 $3x+4y$를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $7x+5y$가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-x+3y$　② $-3x+5y$　③ $-2x+7y$

④ $5x-2y$　⑤ $x-3y$

해설

어떤 식을 A라 하면

$A+(3x+4y)=7x+5y$

$A=(7x+5y)-(3x+4y)=4x+y$

따라서 바르게 계산하면 $(4x+y)-(3x+4y)=x-3y$이다.

6. $(2x+3)(3x-1)=Ax^2+Bx+C$ 에서 상수 $A,\ B,\ C$ 의 합 $A+B+C$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$(2x+3)(3x-1)$
$=6x^2+(-2x)+9x+(-3)$
$=6x^2+7x-3$
$\therefore A+B+C=6+7+(-3)=10$

7. 다음 중에서 전개하였을 때의 전개식이 $(-x+y)^2$ 과 같은 것은?

① $(x-y)^2$ ② $(x+y)^2$ ③ $-(x-y)^2$
④ $-(x+y)^2$ ⑤ $(-x-y)^2$

해설

$(-x+y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
① $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
② $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
③ $-(x-y)^2 = -x^2 + 2xy - y^2$
④ $-(x+y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$
⑤ $(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ $(-x+y)^2 = \{-(x-y)\}^2 = (x-y)^2$

8. $(3x+2y)(2x-y)-(x-2y)(4x+3y)$ 를 전개한 것으로 옳은 것은?

① $2x^2+18xy-4y^2$ ② $2x^2+6xy-4y^2$

③ $2x^2+12xy+4y^2$ ④ $10x^2-4xy-4y^2$

⑤ $2x^2+6xy+4y^2$

해설

$(3x+2y)(2x-y)=6x^2+xy-2y^2$
$(x-2y)(4x+3y)=4x^2-5xy-6y^2$ 이다.
따라서 주어진 식은 $6x^2+xy-2y^2-(4x^2-5xy-6y^2)=2x^2+6xy+4y^2$ 이다.

9. 원금을 p, 이율을 r, 기간을 n, 원리합계를 S 라 하면 $S = p(1+rn)$ 이다. 이 등식을 n에 관하여 풀면?

① $n = \dfrac{S+p}{pr}$ ② $n = \dfrac{S-1}{r}$ ③ $n = \dfrac{S-p}{pr}$

④ $n = \dfrac{S+1}{r}$ ⑤ $n = \dfrac{pr}{S+p}$

해설

$S = p + prn$

$prn = S - p$

$\therefore\ n = \dfrac{S-p}{pr}$

10. $(3x^a)^b = 81x^{24}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$(3x^a)^b = 3^b x^{ab} = 81x^{24}$ 이므로 $b=4$, $ab=24$ 이다.
따라서 $a=6$ 이므로 $a+b=6+4=10$ 이다.

11. $\dfrac{2x+y}{3}-\dfrac{x+3y}{2}=ax+by$ 일 때, 정수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① $-\dfrac{5}{3}$ ② -1 ③ $-\dfrac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{5}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2x+y}{3}-\frac{x+3y}{2}&=\frac{2(2x+y)-3(x+3y)}{6}\quad\therefore a=\frac{1}{6},b=-\frac{7}{6}\\&=\frac{4x+2y-3x-9y}{6}\\&=\frac{x-7y}{6}\\&=\frac{1}{6}x-\frac{7}{6}y\end{aligned}$$

$\therefore a+b=\dfrac{1}{6}+\left(-\dfrac{7}{6}\right)=-1$

12. $\frac{1}{3}x^2+2-\left[\frac{2}{3}x^2+\left\{x-\left(\frac{1}{2}x^2-3\right)\right\}\right]=ax^2+bx+c$ 에서 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

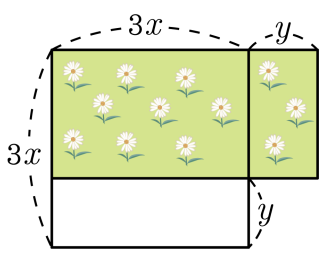
① -2 ② $-\frac{11}{6}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}x^2+2-\left[\frac{2}{3}x^2+\left\{x-\left(\frac{1}{2}x^2-3\right)\right\}\right]\\&=\frac{1}{3}x^2+2-\left(\frac{2}{3}x^2+x-\frac{1}{2}x^2+3\right)\\&=\frac{1}{3}x^2+2-\frac{2}{3}x^2-x+\frac{1}{2}x^2-3\\&=\frac{1}{6}x^2-x-1\end{aligned}$$

$\therefore a+b+c=\frac{1}{6}+(-1)+(-1)=-\frac{11}{6}$

13. 수진이네 가족은 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $3x\,\mathrm{m}$ 인 정사각형의 꽃밭을 가로의 길이는 $y\,\mathrm{m}(3x > y)$ 늘이고, 세로의 길이는 $y\,\mathrm{m}$ 줄여서 새로운 꽃밭을 만들기로 하였다. 꽃밭의 넓이는?



① $9x^2 + 6xy + y^2(\mathrm{m}^2)$ ② $9x^2 - 6xy + y^2(\mathrm{m}^2)$

③ $6x^2 - y^2(\mathrm{m}^2)$ ④ $9x^2 - y^2(\mathrm{m}^2)$

⑤ $9x^2 + y^2(\mathrm{m}^2)$

해설

변화된 꽃밭의 가로의 길이는 $3x+y(\mathrm{m})$, 세로의 길이는 $3x-y(\mathrm{m})$ 이다. 따라서 변화된 꽃밭의 넓이는 $(3x + y)(3x - y) = 9x^2 - y^2(\mathrm{m}^2)$ 이다.

14. $(x-1)(x+2)(x+4)(x+7)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은?

① -19 ② -2 ③ 8 ④ 14 ⑤ 28

해설

$(x-1)(x+2)(x+4)(x+7)$
$=\{(x-1)(x+7)\}\{(x+2)(x+4)\}$
$=(x^2+6x-7)(x^2+6x+8)$
x^2 이 나오는 항은 $8x^2+36x^2-7x^2=37x^2$ 이다. 따라서 x^2 의 계수는 37 이고, 상수항은 -56 이 되므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $37-56=-19$ 이다.

15. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 87^2 ② 51×52 ③ 13×7

④ 37×43 ⑤ 51^2

해설

$$\begin{aligned} 51 \times 52 &= (50+1)(50+2) \\ &= 50^2 + (1+2) \times 50 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

16. $6x^4y^3 - 12x^3y^2$ 을 어떤 다항식으로 나눈 값이 $6x^3y$ 라고 할 때, 어떤 다항식은?

① $xy^2 - 12y$　② $x^2 - 2y$　③ $xy^2 - 2y$

④ $6xy^2 - 2y$　⑤ $6x^2 - 12y$

해설

어떤 다항식을 A 라 하면

$6x^4y^3 - 12x^3y^2 = 6x^3y \times A$

$A = \dfrac{6x^4y^3 - 12x^3y^2}{6x^3y} = xy^2 - 2y$

17. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{8xy-3x^2}{2x^2y}\times(-4xy)-8\div\frac{xy}{2x^2y-xy^2}$$

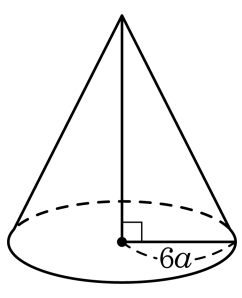
① $-16x+8y$ ② $3x+8y$ ③ $-5x-12y$

④ $-10x-8y$ ⑤ $4x-9y$

해설

$$\frac{8xy-3x^2}{2x^2y}\times(-4xy)-8\div\frac{xy}{2x^2y-xy^2}$$
$$=\frac{8xy-3x^2}{x}\times(-2)-8\times\frac{2x^2y-xy^2}{xy}$$
$$=(-2)\times(8y-3x)-8(2x-y)$$
$$=-16y+6x-16x+8y=-10x-8y$$

18. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $6a$ 인 원뿔의 부피가 $36\pi a^2b^3 - 24\pi a^2b^2$ 일 때, 원뿔의 높이는?



① $3b^2 - 2b$ ② $3b^3 - 2b^2$ ③ $6b^3 - 4b^2$

④ $6ab^3 - 4ab^2$ ⑤ $12b^3 - 8b^2$

해설

원뿔의 부피 : $\frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$

높이를 h라 하자.

$\frac{1}{3} \times 36\pi a^2 \times h = 36\pi a^2b^3 - 24\pi a^2b^2$

$12a^2h = 12a^2(3b^3 - 2b^2)$

$\therefore\ h = 3b^3 - 2b^2$

19. $x=\frac{4}{9}$ 일 때, $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{a}{b}$ 에서 $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

$x=\frac{4}{9}$ 이고

$1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}=1-\dfrac{x}{x-1}=\dfrac{-1}{x-1}=\dfrac{a}{b}$ 이다.

$\therefore \dfrac{-1}{x-1}=\dfrac{-1}{-\frac{5}{9}}=\dfrac{9}{5}$

$\therefore a+b=5+9=14$ 이다.

20. 등식 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ 를 각각 a, b, f 관하여 풀었을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $a=\frac{bf}{b-f}$ ② $b=\frac{af}{a-f}$ ③ $f=\frac{a+b}{ab}$
④ $f=\frac{ab}{a+b}$ ⑤ $\frac{1}{b}=\frac{f+a}{fa}$

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$

$\frac{a+b}{ab}=\frac{1}{f}$

$\therefore f=\frac{ab}{a+b}$

같은 방법으로 a, b 에 관해 풀면 $a=\frac{bf}{b-f}$, $b=\frac{af}{a-f}$ 이다.

21. $8x-2y+2=4x-y-3$ 일 때, $2x-3y+1$을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $-10x+16$ ② $-10x-14$ ③ $12x+16$

④ $10x-14$ ⑤ $10x-16$

해설

$8x-2y+2=4x-y-3$,

$y=8x-4x+2+3=4x+5$

$\therefore 2x-3y+1=2x-3(4x+5)+1$

$=2x-12x-15+1$

$=-10x-14$

22. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$

$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$

$\therefore\ a = 4$

23. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 11자리의 수

해설

$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$

$\therefore\ x = -2x + 2y + 3$

$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$

$\therefore\ 2x + 2y = 3y + 3$

두 식을 연립하면

$x = 3,\ y = 3$

$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3$

$= 2^{15} \times 5^9$

$= (10)^9 \times 2^6$

$= 64 \times 10^9$

따라서 11 자리의 수이다.

24. 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $x^{m}y^{n}=z^{m-n}$, $x^{n}y^{m}=z^{n-m}$ 일 때, $\left(\dfrac{1}{xy}\right)^{m+n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x^{m}y^{n}=z^{m-n}$, $x^{n}y^{m}=z^{n-m}$ 에서

$z^{m-n}\times z^{n-m}=z^{m-n+n-m}=z^{0}=1$

$x^{m}y^{n}\times x^{n}y^{m}=(xy)^{m+n}=1$ 에서 $m+n\neq 0$ 이므로 $xy=1$ 이다.

$\therefore \left(\dfrac{1}{xy}\right)^{m+n}=1^{m+n}=1$

25. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^py^q} = \frac{16y}{9x^2}$$

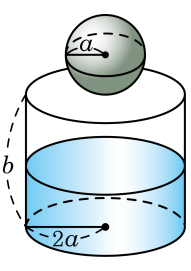
$$\frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$3-p=-2 \quad \therefore p=5$

$7-q=1 \quad \therefore q=6$

$\therefore p+q=11$

26. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$이다.

(쇠공의 부피) $= \frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a$ 만큼 높아진다.

27. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4$ 일 때, $\frac{x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4$, $\frac{4}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 4y$ 이다.

$\frac{x^2 + 4y^2}{xy} = \frac{16y^2 + 4y^2}{4y^2} = \frac{20y^2}{4y^2} = 5$

28. $81^4 \div 27^n = 9^2$일 때, n의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$(3^4)^4 \div 3^{3n} = 3^4$이므로 $16 - 3n = 4$

$\therefore\ n = 4$이다.

29. $A = x^2-3x+1$, $B = 3x^2+5$, $C = -2x^2+7x$ 일 때, $3(A+B)-2C-(A-C)$ 의 x^2 의 계수를 a, x 의 계수를 b, 상수항을 c라고 하자. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$3(A+B)-2C-(A-C)$
$= 3A+3B-2C-A+C$
$= 2A+3B-C$
$= 2(x^2-3x+1)+3(3x^2+5)-(-2x^2+7x)$
$= 13x^2-13x+17$
$\therefore a = 13,\ b = -13,\ c = 17$
$\therefore\ a+b+c = 17$

30. $a+b+c=-1$, $ab+bc+ca=-6$, $abc=3$ 일 때, $\dfrac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{14}{3}$

해설

$\dfrac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}$ 에서

$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$

$=(ab)^2+(bc)^2+(ca)^2$

$=(ab+bc+ca)^2-2(ab^2c+abc^2+a^2bc)$

$=(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)$

$=(-6)^2-2\times3\times(-1)=42$

$\therefore \dfrac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}=\dfrac{42}{9}=\dfrac{14}{3}$