

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤ 이다.

2. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고
 $2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.
따라서 $m = 3$

3. 어느 두 자연수의 최대공약수가 15 일 때, 두 수의 공약수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 15 ⑤ 1

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

4. 두 자연수 48, 56의 최소공배수는?

① $2^2 \times 6 \times 7$

② $2^4 \times 6 \times 7$

③ $2^3 \times 5 \times 7$

④ $2^4 \times 3 \times 7$

⑤ $2 \times 6 \times 7$

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
최소공배수는 $2^4 \times 3 \times 7$ 이다.

5. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

6. 가로 길이 450 m , 세로 길이 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

- ① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30m 이다.

7. $0.3, 2, \frac{9}{3}, -1, 5.3, 0$ 에 대하여 유리수의 개수를 a , 정수의 개수를 b , 자연수의 개수를 c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

유리수는 $0.3, 2, \frac{9}{3}, -1, 5.3, 0$ 이므로 $a = 6$ 이다.

정수는 $2, \frac{9}{3}, -1, 0$ 이므로 $b = 4$ 이다.

자연수는 $2, \frac{9}{3}$ 이므로 $c = 2$ 이다.

따라서 $a + b + c = 6 + 4 + 2 = 12$ 이다.

8. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $-\frac{3}{4} < -\frac{5}{4}$

② $\frac{4}{7} < \frac{3}{8}$

③ $|-2.1| > \frac{13}{6}$

④ $|\frac{9}{2}| > 4.56$

⑤ $|\frac{5}{6}| < |\frac{11}{12}|$

해설

① $-\frac{3}{4} > -\frac{5}{4}$

② $\frac{4}{7} = \frac{32}{56}, \frac{3}{8} = \frac{21}{56}$ 이므로 $\frac{4}{7} > \frac{3}{8}$

③ $|-2.1| = 2.1 = 2\frac{1}{10}, \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$ 이므로

$|-2.1| < \frac{13}{6}$

④ $|\frac{9}{2}| = \frac{9}{2} = 4.5 < 4.56$

⑤ $|\frac{5}{6}| = \frac{5}{6} = \frac{10}{12}, |\frac{11}{12}| = \frac{11}{12}$ 이므로

$|\frac{5}{6}| < |\frac{11}{12}|$

9. 어떤 자연수 x 는 9 로 나누었더니 몫이 5 이고, 나머지는 6 보다 큰 소수였다. 자연수 x 의 값은?

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 50 ⑤ 52

해설

$x = 9 \times 5 + y$ ($0 \leq y < 9$) 이고 y 는 6 보다 큰 소수이므로 $y = 7$ 이 되어 $x = 9 \times 5 + 7 = 52$ 이다.

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

$2^4 = 8$

㉡

$5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢

$3^2 = 2^3$

㉤

$\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥

$\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉥

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

11. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	데	돈	이	다	심

▶ 답 :

▷ 정답 : 그래도지구는돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그래도지구는돈다’ 이다.

12. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $7 = 3 + 4$

② $12 = 5 + 7$

③ $14 = 5 + 9$

④ $14 = 2 + 5 + 7$

⑤ $17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은 $12 = 5 + 7$ 이다.

13. 72에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$72 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$a = 2$$

$$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$$

$$2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

14. 세 자연수 $4a$, $6a$, $16a$ 의 최소공배수가 336 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$2^2 \times a, 2 \times 3 \times a, 2^4 \times a$$

최소공배수는 $2^4 \times 3 \times a = 336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이다.

$$\therefore a = 7$$

15. 가로 길이가 120cm, 세로 길이가 96cm, 높이가 60cm 인 직육면체를 일정한 크기로 잘라 가능한 한 가장 큰 정육면체로 나누려고 한다. 이때, 만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 A cm, 정육면체의 개수를 B 개 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 412

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

120, 96, 60 의 최대공약수이므로

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$96 = 2^5 \times 3$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$\text{최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore 12\text{cm}$$

정육면체의 개수는

$$(120 \div 12) \times (96 \div 12) \times (60 \div 12)$$

$$= 10 \times 8 \times 5 = 400 \text{ (개)}$$

$$\therefore 400 \text{ 개}$$

$$\text{따라서 } A + B = 12 + 400 = 412$$

16. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$38 - 2 = 36$, $27 - 3 = 24$, $125 - 5 = 120$ 에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 36 \quad 24 \quad 120} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 6 \quad 4 \quad 20} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad 3 \quad 2 \quad 10 \end{array}$$

최대공약수 : $6 \times 2 = 12$

17. 다음 조건을 만족하는 정수 a, b, c 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- a 는 b 보다 크지 않다.
 - a 는 c 보다 크다.

- ① $c < a < b$

② $c \leq a \leq b$

③ $c < b < a$
- ④ $c < b \leq a$

⑤ $c < a \leq b$

해설

- a 는 b 보다 크지 않다 $\Rightarrow a \leq b$
- a 는 c 보다 크다 $\Rightarrow c < a$

18. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

19. 자연수 x, y, z 가 $x : y : z = 3 : 8 : 10$ 을 만족하고, x, y, z 의 최대공약수와 최소공배수의 합이 1452 일 때, x, y, z 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 36$

▷ 정답 : $y = 96$

▷ 정답 : $z = 120$

해설

$x = 3a$, $y = 8a$, $z = 10a$ 라 두면,
 x, y, z 의 최대공약수 = a , 최소공배수 = $120 \times a$ 이다.
 $121 \times a = 1452 \rightarrow a = 12$
 $\therefore x = 36$, $y = 96$, $z = 120$

20. 수직선 위에서 원점으로부터 3 만큼 떨어진 점 중에서 큰 수에 대응하는 점을 A, -4 로부터 3 만큼 떨어진 점 중에서 작은 수에 대응하는 점을 B 라고 하자. 이때, 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 점이 나타내는 정수를 구하여라.

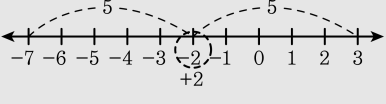
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

원점으로부터 3 만큼 떨어진 점 중에서 큰 수는 $+3$ 이고, -4 로부터 3 만큼 떨어진 점 중에서 작은 수는 -7 이다.

두 점 A, B에서 같은 거리에 있는 점이 나타내는 정수는 다음 수직선과 같다.



따라서 -2 이다.

21. $a < b$ 일 때, 다음을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 몇 개인지 구하여라.

$|a| + |b| = 4$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$|a| = 0, |b| = 4$ 일 때, $(0, 4)$
 $|a| = 1, |b| = 3$ 일 때, $(1, 3), (-1, 3)$
 $|a| = 2, |b| = 2$ 일 때, $(-2, 2)$
 $|a| = 3, |b| = 1$ 일 때, $(-3, -1), (-3, 1)$
 $|a| = 4, |b| = 0$ 일 때, $(-4, 0)$
 $\therefore 7$ 개

22. 수직선 위에 대응되는 두 정수 a , b 의 중앙에 있는 점이 2 이고, a 의 절댓값이 5 라고 한다. 이 때, b 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구할 때, 구한 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$a = 5$ 이면 $b = -1$ 이고, $a = -5$ 이면 $b = 9$

23. 자연수 n 에 대하여 $n!$ 은 n 이하의 모든 자연수의 곱이고, $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수라고 정의한다. 이 때, $\frac{S(16!)}{S(15!)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$16! = 15! \times 16 = 15 \times 2^4$,
 $S(16!)$ 는 $S(15!)$ 보다 2 의 인수가 4 크다.
 $S(15!)$ 의 2 의 인수 $\rightarrow 2^{11}$,
 $S(16!)$ 의 2 의 인수 $\rightarrow 2^{15}$
 $\therefore \frac{S(16!)}{S(15!)} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

24. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 6 개 일 때, $2^a \times 3^b$ 이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ 으로 소인수분해될 때 (A 의 약수의 개수)는 $(m + 1) \times (n + 1)$ 개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 = (0 + 1) \times (5 + 1) \\ &= 6 \times 1 = (5 + 1) \times (0 + 1) \\ &= 2 \times 3 = (1 + 1) \times (2 + 1) \\ &= 3 \times 2 = (2 + 1) \times (1 + 1) \end{aligned}$$

이므로, (a, b) 의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두 $(0, 5), (5, 0), (1, 2), (2, 1)$ 이다.

i) $(a, b) = (0, 5)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$ 이다.

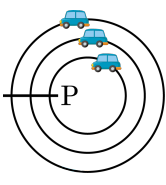
ii) $(a, b) = (5, 0)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$ 이다.

iii) $(a, b) = (1, 2)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^1 \times 3^2 = 18$ 이다.

iv) $(a, b) = (2, 1)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^2 \times 3^1 = 12$ 이다.

따라서 i), ii) iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.

25. 장난감 자동차 세 대가 다음 그림과 같은 원을 따라 각각의 원주 위를 일정한 속력으로 돌고 있다. 18분 동안 A 자동차는 24바퀴를 돌고, B 자동차는 36바퀴, C 자동차는 45바퀴를 돈다. 세 자동차가 동시에 P 지점에서 출발하여 1시간 10분 동안 일정한 속도로 돌았다면 동시에 P 지점을 몇 번 통과하는가?



- ① 9번 ② 10번 ③ 11번 ④ 12번 ⑤ 13번

해설

A, B, C 세 자동차가 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간은 $\frac{18}{24}$ 분, $\frac{18}{36}$ 분, $\frac{18}{45}$ 분이다.
 $\frac{18}{24}$ 분 = 45초, $\frac{18}{36}$ 분 = 30초, $\frac{18}{45}$ 분 = 24초이다.
45, 30, 24의 최소공배수는 360이므로
360초 = 6분마다 한 번씩 P 지점을 통과한다.
따라서 $70 \div 6 = 11 \cdots 4$ 이므로 11번 통과한다.