

1. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$2 = 4 - 2$ 이므로

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

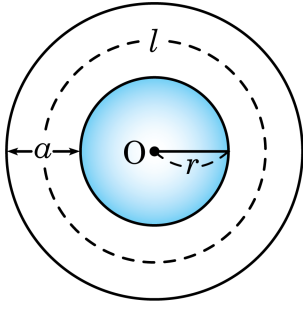
$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)$$

$$= 4^{16} - 2^{16}$$

$$\therefore a+b = 16+16 = 32$$

2. 반지름의 길이가 r 인 원모양의 연못 둘레에 아래 그림과 같이 너비가 a 인 길이 있다. 이 길의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이를 l 이라 할 때, 이 길의 넓이 S 를 a, l 의 식으로 나타내면?



- ① $S = a + l$ ② $S = a - l$ ③ $S = -a + l$
 ④ $S = al$ ⑤ $S = \frac{al}{2}$

해설

$$\begin{aligned} l &= (a + 2r)\pi \\ S &= (a + r)^2\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar + r^2)\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar)\pi \\ \therefore S &= a(a + 2r)\pi = al \end{aligned}$$

3. 배를 타고 강을 8km 올라가는 데 40 분, 내려가는 데 20 분 걸렸다. 이때 배의 속력을 x km/h, 강물의 속력을 y km/h 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

$$\textcircled{1} \begin{cases} \frac{8}{x+y} = \frac{2}{3} \\ \frac{8}{x-y} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} \frac{8}{x-y} = 40 \\ \frac{8}{x+y} = 20 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} \frac{8}{x-y} = \frac{2}{3} \\ \frac{8}{x+y} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x+y = 12 \\ x-y = 24 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x-y = 12 \\ x+y = 24 \end{cases}$$

해설

배의 속력을 x km/h, 강물의 속력을 y km/h 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $(x-y)$ km/h, 내려올 때의 속력은 $(x+y)$ km/h 이므로

$$\begin{cases} \frac{8}{x-y} = \frac{2}{3} \\ \frac{8}{x+y} = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{에서} \quad \begin{cases} x-y = 12 \\ x+y = 24 \end{cases} \quad \text{의 관계식이 나온다.}$$

4. 다음 식이 성립하는 x, y 에 대하여 $2xy$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{1}{25}, \frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{1}{27}$$

- ① 0
- ② -2
- ③ -4
- ④ -6
- ⑤ -8

해설

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{5^{(4x+2y)}}{5^{(3x-2y)}} = 5^{4x+2y-(3x-2y)} = 5^{x+4y}$$

$$\therefore x + 4y = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{3^{(x+y)}}{3^{(4x+4y)}} = 3^{-3x-3y}$$

$$\therefore -3x - 3y = -3, \ x + y = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

이제 ㉠과 ㉡을 연립하면 $x = 2, y = -1$ 이므로
따라서 $2xy = -4$ 이다.