

1. 다음 중 $\frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 없는 것은?

① 정수

② 자연수

③ 유한소수

④ 순환소수

⑤ 무한소수

해설

유리수를 구하는 문제이다.

정수, 자연수, 유한소수, 순환소수는 유리수이지만 무한소수는
분수모양으로 나타낼 수 없으므로 유리수가 아니다.

2. 다음은 분수를 소수로 바꾸는 과정이다. ㉔에 들어갈 숫자로 옳은 것을 고르면?

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times \textcircled{㉓}}{5^2 \times \textcircled{㉔}} = \frac{\textcircled{㉕}}{100} = \textcircled{㉖}$$

- ① 2
- ② 2²
- ③ 8
- ④ 12
- ⑤ 0.12

해설

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{12}{100} = 0.12$$

∴ ㉔= 12

3. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것을 모두 고르면?

㉠ $\frac{1}{256}$	㉡ $-3.141592\dots$
㉢ $0.3151515\dots$	㉣ $\frac{6}{36}$
㉤ $-\frac{555}{50}$	㉥ $\frac{17}{2 \times 5 \times 7}$
㉦ $\frac{21}{2 \times 5 \times 7}$	㉧ $-\frac{99}{2 \times 3^2 \times 11}$

- ① ㉠, ㉢
- ② ㉦, ㉧
- ③ ㉢, ㉣, ㉥
- ④ ㉢, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉤, ㉥, ㉧

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

- ㉠ 유한소수
- ㉡ 순환하지 않는 무한소수
- ㉢ 순환소수
- ㉣ 순환소수
- ㉤ 유한소수
- ㉥ 순환소수
- ㉦ 유한소수
- ㉧ 유한소수

4. 분수 $\frac{22}{111}$ 의 순환마디를 x , $\frac{7}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$$\frac{22}{111} = 0.\dot{1}9\dot{8}$$

$$x = 198$$

$$\frac{7}{3} = 2.\dot{3}$$

$$y = 3$$

$$\therefore x + y = 201$$

5. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.727272\cdots = 1.\dot{7}$

② $0.8444\cdots = 0.8\dot{4}$

③ $0.3030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.123123\cdots = 2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.246246\cdots = 1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

해설

① $1.\dot{7}$

② $0.8\dot{4}$

③ $0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.\dot{2}\dot{4}\dot{6}$

6. 다음 중 순환소수를 x 로 놓고 분수로 고칠 때, $1000x - x$ 가 가장 편리하게 사용되는 것은?

① $0.5\dot{2}i$ ② $0.\dot{5}2i$ ③ $5.\dot{2}i$ ④ $5.2\dot{i}$ ⑤ $5.5\dot{2}i$

해설

② $1000x$ 와 x 의 소숫점 아래 부분이 일치하는 $0.52i$ 을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

7. 유리수 $x = 2.4 + 24 \times \left(\frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^5} + \frac{1}{10^7} + \cdots \right)$ 를 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2.4 + 24 \times \frac{1}{10^3} + 24 \times \frac{1}{10^5} + 24 \times \frac{1}{10^7} + \cdots \\&= 2.4 + 0.024 + 0.00024 + 0.0000024 + \cdots \\&= 2.4242424 \cdots \\&= 2.4\dot{2}\end{aligned}$$

$$\therefore 2.4\dot{2} = \frac{242 - 2}{99} = \frac{240}{99} = \frac{80}{33}$$

따라서 분모와 분자의 차는 $80 - 33 = 47$ 이다.

8. 다음 순환소수 $x = 1.05252\cdots$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① x 는 유리수이다.
② 순환마디는 25이다.
③ $1000x - 100x$ 는 정수이다.
④ $x = 1.05\dot{2}$ 이다.
⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

해설

- ① x 는 유리수이다.
② 순환마디는 52이다.
③ $1000x - 10x$ 는 정수이다.
④ $x = 1.05\dot{2}$ 이다.
⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

9. $0.\dot{4}\dot{5} = 45 \times \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 순환소수는?

- ① 0.11 ② 0.01 ③ 0.01 ④ 0.001 ⑤ 0.001

해설

$$0.\dot{4}\dot{5} = \frac{45}{99} = 45 \times \frac{1}{99} \text{ 이므로 } \square = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}\dot{1}$$

10. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $0.\dot{1}\dot{3} > 0.1\dot{3}$ ② $0.\dot{2}0\dot{2} < 0.\dot{2}0$ ③ $0.5 > 0.4\dot{9}$

④ $\frac{23}{99} < 0.\dot{2}\dot{3}$ ⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{23}{90}$

해설

① $0.1313\cdots < 0.1333\cdots$

② $0.202202\cdots > 0.2020\cdots$

③ $0.4\dot{9} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

④ $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{23}{99}$

⑤ $\frac{23}{99} < \frac{23}{90}$

11. 순환소수 $1.2\dot{4}$ 보다 $\frac{2}{3}$ 만큼 작은 수를 순환소수로 표현하면?

- ① $0.4\dot{2}$ ② $0.5\dot{7}$ ③ $0.6\dot{8}$ ④ $0.7\dot{3}$ ⑤ $0.8\dot{1}$

해설

$$\begin{aligned} 1.2\dot{4} - \frac{2}{3} &= \frac{124 - 12}{90} - \frac{2}{3} = \frac{112}{90} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{112 - 60}{90} = \frac{52}{90} = 0.5\dot{7} \end{aligned}$$

12. $A \times 0.\dot{3} = \frac{2}{3}$ 일 때, A 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$A \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$A = \frac{2}{3} \times 3$$

$$\therefore A = 2$$

13. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ② 무한소수는 순환소수이다.
- ③ 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있는 기약분수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

해설

- ① $0.\dot{1} + 0.\dot{8} = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$ 인 경우가 있으므로 거짓.
- ② 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.
- ⑤ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

14. $2^3 \times 32 = 2^a$ 일 때, 안에 알맞은 수는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$32 = 2^5$ 이므로 $2^3 \times 2^5 = 2^8$

15. $2^{15} = 8^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{15} = (2^3)^x = 2^{3x}$$

$$3x = 15$$

$$\therefore x = 5$$

16. $(x^a)^4 = x^{16} \div x^a \div x$ 일 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^{4a} = x^{16-a-1} = x^{15-a}, \quad 4a = 15 - a$$

$$\therefore a = 3$$

17. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$$

i) $3b = 12, b = 4$

ii) $ab = 16, 4a = 16, a = 4$

iii) $b = c, c = 4$

따라서 $a + b + c = 12$ 이다.

18. 다음 중에서 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식이 같은 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

$\textcircled{\text{㉠}} \quad 6x^2 \times \square = 24x^3$	$\textcircled{\text{㉡}} \quad (2x)^2 \times \square = 8x^3$
$\textcircled{\text{㉢}} \quad 16x^9 \div \square = 4x^8$	$\textcircled{\text{㉣}} \quad 2x^9 \div x^7 \div \square = x$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉢, ㉣
- ⑤ ㉢, ㉣

해설

$\textcircled{\text{㉠}} \quad \square = 24x^3 \div 6x^2 = 4x$
 $\textcircled{\text{㉡}} \quad \square = 8x^3 \div (2x)^2 = 8x^3 \div 4x^2 = 2x$
 $\textcircled{\text{㉢}} \quad \square = 16x^9 \div 4x^8 = \frac{16x^9}{4x^8} = 4x$
 $\textcircled{\text{㉣}} \quad 2x^9 \div x^7 \div \square = x$ 이므로 $2x^2 \div \square = x$
 $\therefore \square = 2x^2 \div x = 2x$
따라서 $\square$ 안의 식이 같은 것은 ㉠과 ㉢, ㉡과 ㉣이다.

19. $5^5 \div 5^a = 25$, $5^b + 5^b + 5^b + 5^b + 5^b = 5^4$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$5^5 \div 5^a = 5^{5-a} = 5^2$$

$$5 - a = 2 \quad \therefore a = 3$$

$$5 \times 5^b = 5^4, 5^{b+1} = 5^4$$

$$b + 1 = 4 \quad \therefore b = 3$$

$$a = 3, b = 3$$

$$\therefore a - b = 0$$

20. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 81^x 을 a 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{a}{3}$ ② $\frac{a^2}{9}$ ③ $\frac{a^3}{27}$ ④ $\frac{a^4}{81}$ ⑤ $\frac{a^5}{243}$

해설

$$a = 3^{x+1}, a = 3 \cdot 3^x, 3^x = \frac{a}{3},$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

21. 다음 중 가장 큰 수는?

① $2^{10} \times 5^9 \times 7$

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$

③ $2^{10} \times 5^{11}$

④ $2^{10} \times 5^9$

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수

③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수

④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

22. $3^{2x+1} = 27^{x-2}$ 이 성립할 때, x 의 값을 구하여라.

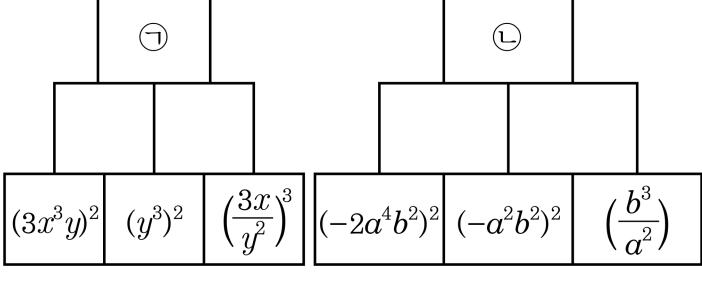
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$3^{2x+1} = (3^3)^{x-2}, 2x+1 = 3(x-2) \\ \therefore x = 7$$

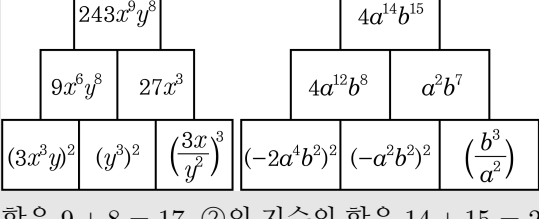
23. 다음 그림의 아래 칸의 두 수를 곱하여 바로 위 칸에 넣을 때, ㉠과 ㉡ 중 지수만의 합이 더 큰 것은?



▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설



㉠의 지수의

합은 $9 + 8 = 17$, ㉡의 지수의 합은 $14 + 15 = 29$ 이다. 따라서 ㉡의 지수의 합이 더 크다.

24. 정육면체의 부피가 $27a^6b^9$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

- ① $3a^2b^3$ ② $9a^2b$ ③ $3a^3b^6$ ④ $6a^3b^3$ ⑤ $9a^3b^3$

해설

(정육면체의 부피) = (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) 이므로
 $27a^6b^9 = (3a^2b^3)^3$

25. $(-2x^3y)^a \div 4x^by \times 2x^5y^2 = cx^2y^3$ 일 때, $|a + c - b|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(-2x^3y)^a \div 4x^by \times 2x^5y^2 = cx^2y^3$$

$$\frac{(-2)^a x^{3a} y^a}{4x^by} \times 2x^5y^2 = cx^2y^3$$

$$\frac{(-2)^a}{2} \times x^{3a+5-b} \times y^{a+1} = cx^2y^3$$

$$\frac{(-2)^a}{2} = c, \quad 3a + 5 - b = 2, \quad a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 9, \quad c = 2$$

$$\therefore |a + c - b| = |2 + 2 - 9| = 5$$

26. $3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 에서 $\square$ 안에 공통으로 들어갈 식으로 옳은 것은?

- ① $\pm a^2b^3$
- ② $\pm 2a^3b^3$
- ③ $\pm 3a^2b^3$
- ④ $\pm 3a^3b^3$
- ⑤ $\pm 4a^3b^4$

해설

$3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 는 $\frac{3a^6b^9}{\square^3} = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 로 나타낼 수 있다.

이 식을 다시 정리하면,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = \square^4$ 이고 이는,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = (81a^8b^{12}) = \square^4$ 이므로 $\square = \pm 3a^2b^3$ 이다.

27. $\frac{12}{a}$ 를 소수로 고치면 소수 첫째 자리의 수가 2 인 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 모두 더한 것은? (단, $a > 12$)

① 142 ② 146 ③ 150 ④ 154 ⑤ 158

해설

$$\frac{12}{a} = 0.2 \times \dots \text{ 이고,}$$

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{12}{60}$$

$$0.3 = \frac{3}{10} = \frac{12}{40} \text{ 이므로 } a = 48, 50, 60 \text{ 이다.}$$

28. $\frac{4567}{9900} = 0.\overline{abcd}$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, 2, \dots, 9$ 어느 한 수를 나타낸다.
이때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4567}{9900} = 0.46\overline{13}$$
$$a = 4, b = 6, c = 1, d = 3$$
$$\therefore a + b + c + d = 14$$

29. 분수 $\frac{2}{7}$ 의 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$

의 값은?

- ① 218 ② 226 ③ 231 ④ 238 ⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285 \cdots = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개
 $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로
 $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2 + 8 + 5 + 7 + 1 + 4) \times 8 + (2 + 8) = 226$

30. $0.\dot{4}$ 와 $0.\dot{7}$ 사이의 분모가 90 인 분수 중 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되는 것의 개수는 n 개이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3 개

해설

$$0.4 < \frac{a}{90} < 0.7$$

$$\frac{4}{9} < \frac{a}{90} < \frac{7}{9}$$

$$\frac{40}{90} < \frac{a}{90} < \frac{70}{90}$$

유한소수가 되기 위해 a 는 9 의 배수여야 하므로
40 과 70 사이의 9 의 배수는 45, 54, 63 의 3 개이다.

31. 다음 ㉠ ~ ㉣ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2z^{\boxed{\text{㉠}}}}{\boxed{\text{㉡}}y^5}\right)^{\boxed{\text{㉢}}}=\frac{x^8z^{12}}{16y^{20}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠: 3

▷ 정답 : ㉡: 2

▷ 정답 : ㉢: 4

해설

$$\begin{aligned}2\times\boxed{\text{㉢}}&=8, \therefore \boxed{\text{㉢}}=4 \\ \boxed{\text{㉠}}\times 4&=12, \therefore \boxed{\text{㉠}}=3 \\ \boxed{\text{㉡}}^4&=16, \therefore \boxed{\text{㉡}}=2\end{aligned}$$

32. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

33. 반지름이 $4a$ 인 원기둥에 물이 h 만큼 담겨져 있다. 이 원기둥에 반지름이 $2a$ 인 쇠공을 완전히 넣었을 때, 물의 높이는 얼마나 높아지는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})} \text{만큼 높아진다.}$$

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(4a)^2 \cdot h$ 이다.

$$(\text{쇠공의 부피}) = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 \text{이므로}$$

$$h = \frac{\frac{32a^3\pi}{3}}{\frac{16a^2\pi}{1}} = \frac{32a^3\pi}{48a^2\pi} = \frac{2}{3}a \text{만큼 높아진다.}$$