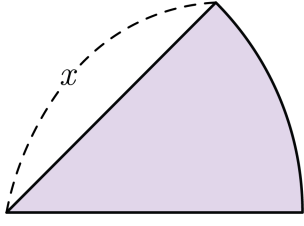


1. 둘레의 길이가 12 인 부채꼴에서 반지름의 길이를 x 라 하고, 부채꼴의 넓이를 y 라 할 때, 부채꼴의 넓이를 최대가 되게 할 때, 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

부채꼴의 넓이를 y , 반지름의 길이를 x 라 하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (12 - 2x) \\ &= x(6 - x) \\ &= -x^2 + 6x \\ &= -(x^2 - 6x + 9 - 9) \\ &= -(x - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(3, 9)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 3$ 일 때, 부채
꼴의 넓이 y 가 최댓값 9를 가진다.

2. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$x^3 - 13x + 12 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

1		1	0	-13	12
			1	1	-12
		1	1	-12	0

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라고 하면 $f(1) = 0$ 이므로
 $(x - 1)(x^2 + x - 12) = 0$
 $(x - 1)(x + 4)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 3$
 $\therefore -4 + 1 + 3 = 0$

3. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$ 에서
 $x^2 - 2x = t$ 로 놓으면
 $t(t - 2) - 3 = 0,$
 $t^2 - 2t - 3 = 0$
 $(t - 3)(t + 1) = 0$
 $\therefore t = 3$ 또는 $t = -1$
(i) $t = 3$, 즉 $x^2 - 2x = 3$ 일 때
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x - 3)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 3$
(ii) $t = -1$, 즉 $x^2 - 2x = -1$ 일 때
 $x^2 - 2x + 1 = 0$
 $(x - 1)^2 = 0$
 $\therefore x = 1$ (중근)
따라서, $-1 \times 3 \times 1 = -3$

4. 다음 방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 0$ 을 대입하면
 $1 = 0$ 이 되어 모순이므로 $x \neq 0$ 이다.
따라서, 주어진 식의 양변을
 x^2 으로 나누면
$$x^2 + 5x - 12 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$
$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 12 = 0$$
$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$
여기서 $x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면
$$X^2 + 5X - 14 = 0, (X + 7)(X - 2) = 0$$
$$\therefore X = -7 \text{ 또는 } X = 2$$
(i) $X = -7$ 일 때,
 $x + \frac{1}{x} = -7$ 에서
$$x^2 + 7x + 1 = 0$$
$$\therefore \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$
(ii) $X = 2$ 일 때,
 $x + \frac{1}{x} = 2$ 에서
$$x^2 - 2x + 1 = 0, (x - 1)^2 = 0$$
$$\therefore x = 1$$
(i), (ii)로부터
$$x = 1(\text{중근}) \text{ 또는 } x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$
따라서, 모든 근의 합은
$$1 + \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{2} + \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} = -6 \text{이다.}$$

5. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$ 의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$ 를 주어진 방정식에 대입하면
 $(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$
이 식을 정리하면
 $(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$
무리수가 서로 같은 조건에 의하여
 $260 - 26m = 0$, $160 - 16m = 0$
따라서, $m = 10$
계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$ 가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$ 도 근이다.
나머지 한 근을 α 라고 하면 근과 계수와의 관계에서
 $(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $\alpha = m - 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉡}$ 에서 $8\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면 $8(m - 8) = 2m - 4$
 $\therefore m = 10$