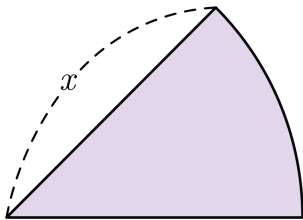


1. 둘레의 길이가 12 인 부채꼴에서 반지름의 길이를 x 라 하고, 부채꼴의 넓이를 y 라 할 때, 부채꼴의 넓이를 최대가 되게 할 때, 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

부채꼴의 넓이를 y , 반지름의 길이를 x 라 하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (12 - 2x) \\ &= x(6 - x) \\ &= -x^2 + 6x \\ &= -(x^2 - 6x + 9 - 9) \\ &= -(x - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $(3, 9)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 3$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 9를 가진다.

2. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$$x^3 - 13x + 12 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

1		1	0	-13	12
			1	1	-12
		1	1	-12	0

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라고 하면 $f(1) = 0$ 이므로

$$(x-1)(x^2 + x - 12) = 0$$

$$(x-1)(x+4)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore -4 + 1 + 3 = 0$$

3. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 - 2x = t \text{ 로 놓으면}$$

$$t(t - 2) - 3 = 0,$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(t - 3)(t + 1) = 0$$

$$\therefore t = 3 \text{ 또는 } t = -1$$

$$(i) \ t = 3, \text{ 즉 } x^2 - 2x = 3 \text{ 일 때}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$(ii) \ t = -1, \text{ 즉 } x^2 - 2x = -1 \text{ 일 때}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ (중근)}$$

$$\text{따라서, } -1 \times 3 \times 1 = -3$$

4. 다음 방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 0$ 을 대입하면

$1 = 0$ 이 되어 모순이므로 $x \neq 0$ 이다.

따라서, 주어진 식의 양변을

x^2 으로 나누면

$$x^2 + 5x - 12 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 12 = 0$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$

여기서 $x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면

$$X^2 + 5X - 14 = 0, (X + 7)(X - 2) = 0$$

$$\therefore X = -7 \text{ 또는 } X = 2$$

(i) $X = -7$ 일 때,

$$x + \frac{1}{x} = -7 \text{에서}$$

$$x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$\therefore \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

(ii) $X = 2$ 일 때,

$$x + \frac{1}{x} = 2 \text{에서}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0, (x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

(i), (ii)로부터

$$x = 1(\text{중근}) \text{ 또는 } x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

따라서, 모든 근의 합은

$$1 + \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{2} + \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} = -6 \text{이다.}$$

5. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$ 의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$$

이 식을 정리하면

$$(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$$

무리수가 서로 같은 조건에 의하여

$$260 - 26m = 0, 160 - 16m = 0$$

따라서, $m = 10$

계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$ 가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라고 하면 근과 계수와의 관계에서

$$(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } \alpha = m - 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 8\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉣} \text{에 대입하면 } 8(m - 8) = 2m - 4$$

$$\therefore m = 10$$