

1. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 나머지가 3 이고, 다항식 $f(x+2)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $ax+4$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 구하는 과정을 나타낸 것이다. ()안에 알맞지 않은 것을 고르면?

풀이) $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 3 이므로 (㉠) 이다.
 $f(x+2)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면
(㉢) $\cdots$ (㉡)
(㉡)은 x 에 대한 항등식이므로 $x=-1$ 을 대입하면 (㉢) 이다.
따라서 (㉠)에서 (㉢)이다.

- ① ㉠ $f(1) = 3$
② ㉢ $f(x+2) = (x+1)^2 Q(x) + ax+4$
③ ㉢ $f(-1) = -a+4$
④ ㉠ $-a+4 = 3$
⑤ ㉢ $a = 1$

해설

㉡에 $x = -1$ 를 대입하면 $f(1) = -a+4$

2. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x+1, x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 4, -18 이라고 한다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $x+4$

② $x-4$

③ $22x+26$

④ $22x-26$

⑤ $x-18$

해설

$$f(-1) = 4, f(-2) = -18$$

$$f(x) = (x+1)(x+2)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = 4, -2a + b = -18$$

$$\therefore a = 22, b = 26$$

3. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가 $-x + 4$ 이다. 다항식 $f(x + 1)$ 을 $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $-x + 3$

③ $x - 1$

④ $2x$

⑤ $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\ &= (x + 2)(x - 2)P(x) - x + 4 \\ \therefore f(-2) &= 6, f(2) = 2 \\ f(x + 1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x + 3)(x - 1)Q(x) + ax + b \\ x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) &= -3a + b = 6 \\ x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) &= a + b = 2 \\ \therefore a &= -1, b = 3 \\ \text{따라서 나머지는 } &-x + 3 \end{aligned}$$

4. $(a^2 - 1)(b^2 - 1) - 4ab$ 를 인수분해하면?

① $(ab - a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

② $(ab - a + b + 1)(ab - a - b + 1)$

③ $(ab + a - b + 1)(ab - a + b - 1)$

④ $(ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

⑤ $(ab + a + b + 1)(ab + a - b - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 - 4ab \\&= (a^2b^2 - 2ab + 1) - (a^2 + 2ab + b^2) \\&= (ab - 1)^2 - (a + b)^2 \\&= (ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)\end{aligned}$$

5. $x^4 + 4y^4$ 의 인수인 것은?

① $x^2 + y^2$

② $x^2 + 2y^2$

③ $x^2 + xy + 2y^2$

④ $x^2 - xy + 2y^2$

⑤ $x^2 + 2xy + 2y^2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 + 4y^4 &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 4x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2 \\&= (x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)\end{aligned}$$

6. $\frac{100^3 - 1}{101 \times 100 + 1}$ 의 값을 구하면?

- ① 99 ② 100 ③ 101 ④ 102 ⑤ 103

해설

$a = 100$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{(a + 1)a + 1} &= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{(a^2 + a + 1)} \\ &= a - 1 = 99\end{aligned}$$

7. 최대공약수가 $x+1$ 이고, 최소공배수가 x^3+2x^2-x-2 일 때, 이차항의 계수가 1 인 두 다항식의 합을 구하면?

- ㉠ $2x^2+3x+1$ ㉡ x^2+3x+1 ㉢ $2x^2+3x+2$
㉣ x^3+3x-2 ㉤ x^2-x+1

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x+1)(x-1)(x+2)$
 $\therefore$ 두 다항식은 $(x+1)(x-1), (x+1)(x+2)$ 이다.
 $\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2+3x+1$

8. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최소공배수가 $x^3 + 6x^2 - x - 30$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?
- ① $2x^2 + 4x - 16$ ② $2x^2 + 3x - 8$ ③ $x^2 - 5x - 1$
- ④ $2x^2 + x + 4$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x - 2)$, $B = b(x - 2)$ (a , b 는 서로소) 라고 하면

$$L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x - 2) \text{ 이고,}$$

L 을 인수분해하면

$$L = (x - 2)(x^2 + 8x + 15) =$$

$$\frac{(x - 2)}{G} \frac{(x + 3)(x + 5)}{ab}$$

따라서, 두 다항식은

$$(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$$

$$(x - 2)(x + 5) = x^2 + 3x - 10 \text{ 이므로}$$

두 다항식의 합은

$$(x^2 + x - 6) + (x^2 + 3x - 10) = 2x^2 + 4x - 16$$

9. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \cdot B$, 최소공배수 L 을 $A \star B$ 로 나타내기로 한다. 다음 중 $(A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB)$ 와 같은 것은?

① 1 ② A ③ AB ④ AL ⑤ AG

해설

$A = aG, B = bG$ (a, b 는 서로소)라 하면

$$A^2 \cdot B^2 = a^2 G^2 \cdot b^2 G^2 = G^2$$

$$A^2 \cdot AB = a^2 G^2 \cdot ab G^2 = aG^2$$

$$\therefore (A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB) = G^2 \star aG^2 = aG^2 = AG$$

10. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누면 $3x + 2$ 가 남고, 그 몫을 $x - 1$ 로 나누면 2가 남는다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $x^3 - 1$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $\frac{1}{2}R(2)$ 의 값을 구하면?

① 41 ② 31 ③ 21 ④ 11 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + x + 1)Q(x) + 3x + 2 \\ &= (x^2 + x + 1)((x - 1)p(x) + 2) + 3x + 2 \\ &= (x^3 - 1)p(x) + 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore R(x) &= 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore \frac{1}{2}R(2) &= 11 \end{aligned}$$

11. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $a-b$
- ② $b-c$
- ③ $c-a$
- ④ $a+b+c$
- ⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면
(준식) $=a^3(b-c)-a(b^3-c^3)+bc(b^2-c^2)$
 $=(b-c)\{a^3-a(b^2+bc+c^2)+bc(b+c)\}$
 $=(b-c)\{b^2(c-a)+b(c^2-ca)-a(c^2-a^2)\}$
 $=(b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$
 $=(b-c)(c-a)\{c(b-a)+(b^2-a^2)\}$
 $=(b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

12. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2$ 을 계산하여라.

- ① 99
- ② 100
- ③ 4950
- ④ 5050
- ⑤ 10000

해설

$$\begin{aligned} &1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2 \\ &= 99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1^2 \\ &= (99^2 - 98^2) + (97^2 - 96^2) + \cdots + (3^2 - 2^2) + 1^2 \\ &= (99 - 98)(99 + 98) + (97 - 96)(97 + 96) + \cdots + (3 - 2)(3 + 2) + 1 \\ &= (99 + 98) + (97 + 96) + \cdots + (3 + 2) + 1 \\ &= 1 + 2 + 3 + \cdots + 99 \\ &= (1 + 99) + (2 + 98) + \cdots + (49 + 51) + 50 \\ &= 4950 \end{aligned}$$

13. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $[x, y, z] = xy^2 - y^2z$ 라 하자. $x - y = 2$, $xy - yz - zx = 1$ 이라 할 때, $[y, x, z] + [z, y, x]$ 의 값은?

① 0 ② -2 ③ 2 ④ -4 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} [y, x, z] &= yx^2 - x^2z, [z, y, x] = zy^2 - y^2x \\ [y, x, z] + [z, y, x] &= yx^2 - x^2z + zy^2 - y^2x \\ &= xy(x - y) - z(x^2 - y^2) \\ &= (x - y)(xy - yz - zx) \\ &= 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$