

1. 다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 가 $x^2 + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $3a + b$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 4x^2 + ax + b \\ &= (x^2 + 2)(x - a) \text{라 놓을 수 있다.} \\ x^3 - ax^2 + 2x - 2a &= x^3 - 4x^2 + ax + b \\ \therefore a &= 4, \quad a = 2, \quad b = -8 \\ \therefore 3a + b &= -2 \end{aligned}$$

2. 모든 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

$x = 2$ 를 대입하면,

$$\{2 \times (2)^3\} - (3 \times 2^2) - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

3. 다항식 $f(x) = x^3 - 3x^2 + kx - 6$ 이 일차식 $x - 2$ 로 나누어떨어질 때, $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는?

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)Q(x) \\ \text{즉, } f(2) &= 8 - 12 + 2k - 6 = 0 \\ \therefore k &= 5 \\ f(x) &= x^3 - 3x^2 + 5x - 6 \\ \therefore f(1) &= -3 \end{aligned}$$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 $ax+b$ 라고 할 때, $a+b$ 를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \\ f(1) &= a + b = 3, \quad f(2) = 2a + b = 1 \\ a &= -2, \quad b = 5 \\ \therefore a + b &= 3 \end{aligned}$$

5. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $(x^2-x+3)f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10 ② 6 ③ 0 ④ 30 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \\ (x^2-x+3)f(x) &= (x+1)Q(x) + R \\ x &= -1 \text{ 대입} \\ \therefore R &= 5f(-1) = 5 \times 2 = 10 \end{aligned}$$

6. $\frac{2004^3 - 2003^3 - 1}{2003 \times 2004}$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

2003 = x 라 두면 2004 = $x + 1$

$$\text{(준 식)} = \frac{(x+1)^3 - x^3 - 1}{x(x+1)}$$

$$= \frac{3x(x+1)}{x(x+1)} = 3$$

7. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B$ 를 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}(x \otimes x^2) &= \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1} \\(x^2 - x) \otimes (x - 1) &= \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)} \\&= \frac{x-1}{x-1-x^2+x} \\&= \frac{(x-1)}{-(x^2 - 2x + 1)} \\&= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2} \\&= -\frac{1}{x-1}\end{aligned}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

8. 두 다항식 $f(x) = x^3 - ax + b, g(x) = x^2 + ax - 2b$ 의 최대공약수가 $x-1$ 일 때, $f(x), g(x)$ 의 최소공배수를 구하면?

- ① $(x-1)^2(x+1)(x+2)$ ② $(x-1)^2(x+4)(x+2)$
③ $(x-1)(x+1)^2(x+2)$ ④ $(x-1)(x+4)^2(x+2)$
⑤ $(x-1)(x+4)(x+2)^2$

해설

인수정리에 의해

$$f(1) = 1 - a + b = 0$$

$$g(1) = 1 + a - 2b = 0$$

연립하면, $a = 3, b = 2$

$$\therefore f(x) = x^3 - 3x + 2$$

조립제법을 이용하면,

$$f(x) = (x-1)^2(x+2)$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 4 = (x-1)(x+4)$$

$$\therefore \text{최소공배수: } (x-1)^2(x+4)(x+2)$$

9. 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-7x+6 인 두 이차다항식의 합은?

- ① $2x^2+x+3$ ② $2x^2+3x-1$ ③ x^2-x-2
④ $2x^2-x-1$ ⑤ x^2-3x-2

해설

최대공약수가 $x-1$ 이므로
두 다항식을 $A(x-1)$, $B(x-1)$
(A , B 는 서로소인 일차식)으로 놓으면
 $x^3-7x+6=AB(x-1)$
 $(x-1)(x-2)(x+3)=AB(x-1)$
 $\therefore AB=(x-2)(x+3)$
 A , B 는 일차식이어야 하므로
$$\begin{cases} A=x-2 \\ B=x+3 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} A=x+3 \\ B=x-2 \end{cases}$$

따라서 두 다항식은 $(x-1)(x-2)$, $(x-1)(x+3)$ 이다.
 \therefore (두 다항식의 합)
 $= (x-1)(x-2) + (x-1)(x+3) = 2x^2 - x - 1$

10. x 에 대한 이차식 $A = x^2 + ax + b$, $B = x^2 + bx + a$ 의 최대공약수 G 가 x 에 대한 일차식이고 $A + B = G(px + q)$ 일 때, 상수 $a + b + p + q$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

G 는 $A + B, A - B$ 의 인수가 된다.

$$A - B = (a - b)x - (a - b) = (a - b)(x - 1)$$

$$\therefore G = x - 1$$

A 에 $x = 1$ 대입,

$$1 + a + b = 0, a + b = -1$$

$$A + B = 2x^2 + (a + b)x + a + b$$

$$= 2x^2 - x - 1$$

$$= (x - 1)(2x + 1)$$

$$p = 2, q = 1$$

$$a + b + p + q = -1 + 2 + 1 = 2$$

11. x 에 관한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나눈 나머지는 $2x + 1$ 이고, $g(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눈 나머지는 $x - 4$ 이다. 이 때, $(x+2)f(x) + 3g(x+1)$ 을 $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하면?

- ① 7 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)p(x) + 2x + 1 \text{에서 } f(2) = 5 \\ g(x) &= (x^2 - 5x + 6)q(x) + x - 4 \text{에서 } g(3) = -1 \\ h(x) &= (x+2)f(x) + 3g(x+1) \text{이라 놓으면,} \\ h(x) &\text{를 } x - 2 \text{로 나눈 나머지는} \\ h(2) &= 4f(2) + 3g(3) = 17 \end{aligned}$$

12. $f(x) = 3x^3 - x + 2$ 일 때, $f(x+1) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ 이다. 이 때, $A+B+C+D$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 14 ③ 24 ④ 34 ⑤ 44

해설

$f(x+1) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ 에 $x=1$ 을 대입하면
 $f(2) = A+B+C+D$ 이므로
 $f(2)$ 를 구하기 위해서는
 $f(x) = 3x^3 - x + 2$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $f(2) = 3 \times 2^3 - 2 + 2 = 24$

해설

$x+1=t$ 라 하면,
 $f(t) = A(t-1)^3 + B(t-1)^2 + C(t-1) + D$
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & 0 & -1 & 2 \\ & & 3 & 3 & 2 \\ \hline 1 & 3 & 3 & 2 & 4 \\ & & 3 & 6 & \\ \hline 1 & 3 & 6 & 8 & \\ & & 3 & & \\ \hline & 3 & 9 & & \end{array}$$

 $\therefore A=3, B=9, C=8, D=4$
 $\therefore A+B+C+D=24$

13. $x^2 + ax + b$, $x^2 + bx + a$ 의 최대공약수가 x 의 일차식일 때, 최소공배수는?

① $(x-2)(x-a)(x-b)$ ② $(x+2)(x-a)(x-b)$

③ $(x+1)(x+a)(x+b)$ ④ $(x+1)(x-a)(x-b)$

⑤ $(x-1)(x-a)(x-b)$

해설

$$\begin{cases} x^2 + ax + b \cdots \text{㉠} \\ x^2 + bx + a \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ - ㉡ : $(a-b)(x-1)$

㉠, ㉡ 에서 $a \neq b$ 이므로 최대공약수는 $x-1$ 이다.

$1+a+b=0, a=-1-b, b=-1-a$

이 때, ㉠은 $x^2 - (1+b)x + b = (x-1)(x-b)$

㉡은 $x^2 - (1+a)x + a = (x-1)(x-a)$

여기서, $a \neq b$ 이므로 $x-a$ 와 $x-b$ 는 서로 소이다.

따라서, 구하는 최소공배수는 $(x-1)(x-a)(x-b)$

14. $-a^2(b-c) - b^2(c-a) - c^2(a-b)$ 을 인수분해했을 때, 각 인수들의 합이 될 수 없는 것은?

- ① $a+b$ ② $2a-2b$ ③ $2b-2a$
 ④ $2b-2c$ ⑤ 0

해설

a 에 대한 내림차순으로 정리한다.
 $-a^2(b-c) - b^2(c-a) - c^2(a-b)$
 $= (c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc^2 - b^2c$
 $= (c-b)a^2 - (c-b)(c+b)a + bc(c-b)$
 $= (c-b) \{ a^2 - (c+b)a + bc \}$
 $= (c-b)(a-b)(a-c) \cdots \textcircled{㉠}$
 $= (a-b)(b-c)(c-a) \cdots \textcircled{㉡}$
 $= (b-c)(b-a)(a-c) \cdots \textcircled{㉢}$
 $= (c-a)(b-c)(b-a) \cdots \textcircled{㉣}$
 ㉠식 : 세항을 모두 더하면 $2a-2b$
 ㉡식 : 세항을 모두 더하면 0
 ㉢식 : 세항을 모두 더하면 $2b-2c$
 ㉣식 : 세항을 모두 더하면 $2b-2a$

15. 다음 중 $\left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 - 1$ 의 값과 같은 것은?

- ① $\frac{3^2 \times 997^3}{10}$ ② $\frac{3^2 \times 997^6}{10}$ ③ $-\frac{3^2 \times 997^3}{10}$
 ④ $-\frac{3^2 \times 997}{10^6}$ ⑤ $-\frac{3^2 \times 997^9}{10}$

해설

주어진 식에서 $\frac{997}{1000}$ 과 $\frac{3}{1000}$ 을 더해보면 $\frac{997+3}{1000} = 1$ 이므로

$$a = \frac{997}{1000}, b = \frac{3}{1000}, c = -1 \text{ 이라 하면}$$

$a + b + c = 0$ 이 된다.

따라서 $a + b + c = 0$ 이므로

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 에서 } a^3+b^3+c^3 = 3abc$$

임을 이용하면

$$a^3 + b^3 + c^3 = \left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 + (-1)^3 \text{ 의 값은}$$

$$3abc = 3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) \text{ 와 같으므로}$$

구하는 값은

$$3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) = -\frac{3^2 \times 997}{10^6}$$

16. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 + px + q$ 를 다항식 $g(x) = -x^3 + 2x + q$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하고, $g(x)$ 와 $R(x)$ 가 $x-1$ 만을 공통인수로 가질 때, $f(-1) + g(2)$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$ 에서
 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수는 $g(x)$ 와 $R(x)$ 의 최대공약수
 $g(x)$ 와 $R(x)$ 의 공통인수가 $x-1$ 이므로
 $g(x)$ 와 $R(x)$ 의 최대공약수가 $x-1$
 $\therefore f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수가 $x-1$ 이다.
 $f(1) = 3 + p + q = 0 \quad \therefore p + q = -3$
 $g(1) = 1 + q = 0 \quad \therefore q = -1 \quad \therefore p = -2$
 $\therefore f(x) = x^3 + 2x^2 - 2x - 1, g(x) = -x^3 + 2x - 1 \therefore f(-1) + g(2) = 2 - 5 = -3$