

1.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x - 2$ 로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때,  $m + n$ 의 값은?

- ①  $-\frac{19}{3}$       ②  $-\frac{25}{6}$       ③  $-\frac{29}{6}$       ④  $-\frac{14}{3}$       ⑤  $-\frac{7}{2}$

해설

$$f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$$

$$f(x) = (x + 1)Q_1(x) + 5 \text{ 으로 놓으면 } f(-1) = 5$$

$$f(x) = (x - 2)Q'(x) \text{ 으로 놓으면 } f(2) = 0$$

$$\text{따라서, } f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } m = \frac{1}{6}, \quad n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m + n = -\frac{28}{6} = -\frac{14}{3}$$

2. 다항식  $f(x)$ 를  $x-2$ ,  $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지가 각각 3, 7이라고 할 때,  $f(x)$ 를  $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지는?

①  $2x+3$

②  $3x-4$

③  $4x-5$

④  $5x+6$

⑤  $6x-7$

해설

$$f(x) = (x-2)Q_1(x) + 3, f(2) = 3$$

$$f(x) = (x-3)Q_2(x) + 7, f(3) = 7$$

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{연립하면 } a = 4, b = -5$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 5$$

3. 다항식  $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가  $x + 2$ 로 나누어 떨어질 때,  $2a - b$ 의 값은?

① 28

② 12

③ 6

④ -4

⑤ -12

해설

준식을  $f(x)$ 라 하면  $f(-2) = 0$ 이므로  
 $-16 + 12 - 2a + b = 0$ 에서  $2a - b = -4$

4. 다항식  $(x+3)^4 - 6(x+3)^2 + 8$ 을 인수분해 하면  $(x+1)(x+5)g(x)$ 일 때,  $g(-1)g(1)$ 의 값으로 옳은 것은?

① 28      ② 26      ③ 24      ④ 14      ⑤ 12

해설

$A = (x+3)^2$ 로 치환하면 주어진 식은

$$\begin{aligned} A^2 - 6A + 8 &= (A-4)(A-2) \\ &= (x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 7) \\ &= (x+1)(x+5)(x^2 + 6x + 7) \\ &= (x+1)(x+5)g(x) \end{aligned}$$

따라서,  $g(x) = x^2 + 6x + 7$

$$\therefore g(-1) \times g(1) = 2 \times 14 = 28$$

5. 다음 중 다항식  $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 의 인수인 것은?

①  $x + y + 2$

②  $x - y + 2$

③  $x + 2y + 1$

④  $x - 2y + 1$

⑤  $x + y + 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (2y + 1)(y - 2) \\ &= (x + 2y + 1)(x + y - 2) \end{aligned}$$

6. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{가}} a + \boxed{\text{나}}(b-c) \\ &= \boxed{\text{다}} \{a^2 - \boxed{\text{라}} a + \boxed{\text{나}}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{마}} \end{aligned}$$

- ① (가)  $(b^2 - c^2)$       ② (나)  $bc$       ③ (다)  $(b - c)$
- ④ (라)  $(b + c)$       ⑤ (마)  $(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)} a + \boxed{bc}(b-c) \\ &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)} a + \boxed{bc}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)} \end{aligned}$$

7.  $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

- ① 75      ② 125      ③ 900      ④ 1000      ⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \\ 5 + (30 - 50) \div (-4) &= 5 + 5 = 10 \text{ 이므로} \\ (\text{준 식}) &= 10000 \div 10 = 1000 \end{aligned}$$

8. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가  $x + 2$ , 최소공배수가  $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$ 라고 한다. 이 때, 두 다항식을 바르게 구한 것은?

- ①  $x^2 - x - 6, x^2 + 6x + 8$       ②  $x^2 - 3x - 1, x^2 + x + 8$
- ③  $x^2 - 4x + 3, x^2 - x + 2$       ④  $x^2 - x - 2, x^2 - 3x + 8$
- ⑤  $x^2 - 3x - 6, x^2 + 3x + 7$

해설

두 다항식을  $A = aG, B = bG$  ( $a, b$ 는 서로소)라고 하면  
두 식의 최대공약수가  $x + 2$ 이므로  
 $A = a(x + 2), B = b(x + 2)$   
따라서,  $L = ab(x + 2)$   
 $= x^3 + 3x^2 - 10x - 24$ 이다.  
이 때, 최소공배수  $L$ 은 최대공약수  $x + 2$ 를 인수로 가지므로  
조립제법을 이용하면  
 $L = (x + 2)(x - 3)(x + 4)$   
 $a, b$ 는 일차식이므로  
 $a = x - 3, b = x + 4$  또는  $a = x + 4, b = x - 3$   
따라서, 두 다항식은  
 $(x - 3)(x + 2) = x^2 - x - 6$ 과  $(x + 4)(x + 2) = x^2 + 6x + 8$ 이다.

9. 두 다항식  $f(x) = x^2 + x + a$ ,  $g(x) = 2x^2 + bx - 1$ 의 최대공약수가  $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 구하면?

①  $(x - 1)(x - 2)(2x - 1)$

②  $(x - 1)(x + 1)(2x - 1)$

③  $(x - 1)(x + 2)(2x + 1)$

④  $(x - 1)(x + 2)(x + 3)$

⑤  $(x - 1)(x + 2)(x - 2)$

해설

$$f(1) = 0, 1 + 1 + 0 = a \therefore a = -2$$

$$g(1) = 0, 2 + b - 1 = 0 \therefore b = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$$

$$g(x) = 2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$$

$$\therefore \text{최소공배수} : (x - 1)(x + 2)(2x + 1)$$

10. 최소공배수가  $x^3 - 3x + 2$  이고, 최대공약수가  $x - 1$  일 때, 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 합을 구하면?

- ①  $2x^2 + x - 1$       ②  $2x^2 - x - 1$       ③  $2x^2 - x + 1$   
④  $x^2 - x - 2$       ⑤  $x^2 - x + 2$

해설

$L = abG$ ,  $G = x - 1$  에서

$L = (x - 1)^2(x + 2)$

$A = (x - 1)^2$ ,  $B = (x - 1)(x + 2)$

$A + B = (x^2 - 2x + 1) + (x^2 + x - 2)$   
 $= 2x^2 - x - 1$

11. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최소공배수가  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  이고, 최대공약수가  $x + 2$  일 때, 두 다항식의 합은?

- ①  $2x^2 + x - 6$       ②  $2x^2 - 2x + 3$       ③  $2x^2 - 3x + 4$   
④  $2x^2 - 6$       ⑤  $2x^2 - 8$

해설

두 다항식을  $A = aG$ ,  $B = bG$  ( $a, b$  는 서로소) 라고 하면

$$L = abG = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

이 때, 최대공약수  $G$  가  $x + 2$  이므로 조립제법을 하여  $L$  을 인수분해하면

$$\begin{aligned}\therefore L &= (x^3 - 4x + 3)(x + 2) \\ &= (x - 1)(x - 3)(x + 2)\end{aligned}$$

따라서, 구하는 두 이차 다항식은

$$(x - 1)(x + 2) \text{ 와 } (x - 3)(x + 2),$$

$$\text{즉 } x^2 + x - 2, x^2 - x - 6 \text{ 이다.}$$

따라서, 두 다항식의 합은  $2x^2 - 8$  이다.



13. 함수  $f(x) = x^2 + px + q$ 와  $g(x)$ 는 유리수를 계수로 갖는 다항식이고,  $f(\sqrt{2}+1) = 0$ ,  $g(\sqrt{2}+1) = 2 + \sqrt{2}$ 이다. 이 때,  $g(x)$ 를  $f(x)$ 로 나눈 나머지는?

①  $x + 1$

②  $x - 1$

③  $-x + 1$

④  $-x - 1$

⑤  $2x + 1$

해설

$g(x)$ 를  $f(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$

나머지를  $ax + b$ 라 하면

$$g(x) = f(x)Q(x) + ax + b$$

$$\begin{aligned} g(\sqrt{2}+1) &= f(\sqrt{2}+1)Q(\sqrt{2}+1) + a(\sqrt{2}+1) + b \\ &= a(\sqrt{2}+1) + b \quad (\because f(\sqrt{2}+1) = 0) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

따라서 구하는 나머지는  $x + 1$

14.  $x^{30}$ 을  $x-3$ 으로 나눌 때 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 라 하면  $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과  $R$ 과의 차는?

- ①  $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$       ②  $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$       ③  $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$   
④  $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$       ⑤  $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x=3 \text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은  $Q(1)$ 과 같으므로

$$x=1 \text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$

15. 다항식  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x^2 + 1) = x^4 + 5x^2 + 3$ 을 만족시킨다.  $f(x^2 - 1)$ 을 구한 것은?

- ①  $x^4 + 5x^2 + 1$       ②  $x^4 + x^2 - 3$       ③  $x^4 - 5x^2 + 1$   
④  $x^4 + x^2 + 3$       ⑤ 답 없음

해설

$$x^2 + 1 = t \text{라 하면 } x^2 = t - 1$$

주어진 식에 대입하면

$$f(t) = (t - 1)^2 + 5(t - 1) + 3$$

$$\therefore f(t) = t^2 + 3t - 1$$

$$\begin{aligned} f(x^2 - 1) &= (x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 1 \\ &= x^4 + x^2 - 3 \end{aligned}$$

16. 자연수  $n$ 에 대하여 다항식  $f(x) = x^n(x^2 + ax + b)$ 를  $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지가  $2^n(x-2)$ 일 때,  $f(x)$ 를  $x-3$ 으로 나눈 나머지는?

①  $2 \cdot 3^n$       ②  $3^n$       ③  $3^{n+1}$       ④  $4 \cdot 3^n$       ⑤  $3^{2n}$

해설

$$\begin{aligned}x^n(x^2 + ax + b) &= (x-2)^2 Q(x) + 2^n(x-2) \\x^n(x^2 + ax + b) &= x^n(x-2)(x+\alpha) \text{이라 하면} \\x^n(x-2)(x+\alpha) &= (x-2)\{(x-2)Q(x) + 2^n\} \\\therefore x^n(x+\alpha) &= (x-2)Q(x) + 2^n \\\text{양변에 } x=2 \text{를 대입하면} \\2^n(2+\alpha) &= 2^n \\2+\alpha &= 1 \\\therefore \alpha &= -1 \\x^2 + ax + b &= (x-1)(x-2) \\\therefore a &= -3, b = 2 \\f(x) &= x^n(x^2 - 3x + 2) \text{이므로} \\f(3) &= 3^n(9 - 9 + 2) \\&= 2 \times 3^n\end{aligned}$$

17.  $x$ 에 관한 항등식  $x^n(x^2+ax+b) = (x-2)^2p(x) + 2^n(x-2)$ 가 성립할 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1      ② -1      ③ 2      ④ -2      ⑤ 5

해설

$x^n(x^2+ax+b) = (x-2)^2p(x) + 2^n(x-2)$   
위의 식에  $x=2$ 를 대입하면,  $2^n(4+2a+b) = 0$   
 $\therefore b = -2a - 4 (2^n \neq 0) \dots \textcircled{1}$   
①을 준식에 대입하면,  
 $x^n(x^2+ax-2a-4) = (x-2)^2p(x) + 2^n(x-2)$   
 $x^n(x-2)(x+a+2) = (x-2)^2p(x) + 2^n(x-2)$   
위의 식이 항등식이므로 다음 식도 항등식이다.  
 $x^n(x+a+2) = (x-2)p(x) + 2^n$   
다시  $x=2$ 를 대입하면,  
 $2^n(4+a) = 2^n \quad \therefore a = -3$   
 $a = -3$ 을 ①에 대입하면,  
 $b = (-2)(-3) - 4 = 2$   
 $\therefore a = -3, b = 2$   
 $\therefore a+b = -1$

18.  $(1-x-x^2)^{50} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{99}x^{99} + a_{100}x^{100}$  라 할 때,  
 $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{100} = A$ ,  $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{99} = B$  에 대하여  
 $A + 2B$ 의 값을 구하면?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 100      ⑤ 1024

해설

- ( i ) 양변에  $x = 1$ 을 대입하면  
 $1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{99} + a_{100} \cdots \textcircled{1}$   
양변에  $x = -1$ 을 대입하면  
 $1 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{99} + a_{100} \cdots \textcircled{2}$   
( ii )  $\textcircled{1} + \textcircled{2}$  하면  $2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{100})$   
 $\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{100} = 1$   
 $\therefore A = 1$   
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$  하면  
 $0 = 2(a_1 + a_3 + \cdots + a_{99})$   
 $a_1 + a_3 + \cdots + a_{99} = 0 \quad \therefore B = 0$   
 $\therefore A + 2B = 1$

19. 다항식  $A(x) = x^3 + px^2 + 3x + 1$ 을 다항식  $B(x) = x^2 + qx + 3$ 으로 나눈 나머지를  $R(x)$ 라 하자.  $B(x)$ 와  $R(x)$ 의 최대공약수가  $x - 1$ 일 때,  $R(2)$ 의 값은?

① -6      ② -4      ③ 4      ④ 6      ⑤ 8

해설

$A = BQ + R$ 에서  $A, B$ 의  $G.C.M.$ 과  $B, R$ 의  $G.C.M.$ 은 일치한다.  
( $\Leftarrow$  Euclid 호제법)

그러므로  $x - 1$ 은  $A(x), B(x)$ 의 공약수이다.

$\therefore A(1) = 0$ 에서  $p = -5$ ,

$B(1) = 0$ 에서  $q = -4$

$$x^3 - 5x^2 + 3x + 1 = (x^2 - 4x + 3)Q(x) + a(x - 1)$$

양변에  $x = 3$ 을 대입하면  $-8 = 2a \therefore a = -4$

$\therefore R(x) = -4(x - 1) \therefore R(2) = -4$