

1. 정육면체의 겉넓이가 $\frac{27}{2}a^2$ 일 때, 정육면체의 한 변의 길이는?

- ① $\frac{3}{2}a$ ② $\frac{9}{4}a$ ③ $\frac{3}{2}a^2$ ④ $\frac{9}{4}a^2$ ⑤ $4a$

해설

정육면체의 한 변의 길이를 x 라고 하면
(정육면체의 겉넓이) $= x^2 \times 6$ 이므로

$$\frac{27}{2}a^2 = x^2 \times 6$$

$$x^2 = \frac{9}{4}a^2$$

따라서 정육면체의 한 변의 길이 $x = \frac{3}{2}a$ 이다.

2. $(8a^2b - 4ab^2) \div (-4b) + (3a - 2b) \times a + a \times (-3b)$ 인 식이 있다. $a = -2$, $b = -3$ 일 때 식의 값은?

① -26 ② -20 ③ -10 ④ 4 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} & (8a^2b - 4ab^2) \div (-4b) + (3a - 2b) \times a + a \times (-3b) \\ &= \frac{8a^2b - 4ab^2}{-4b} + 3a^2 - 2ab - 3ab \\ &= -2a^2 + ab + 3a^2 - 5ab \\ &= a^2 - 4ab \\ &= (-2)^2 - 4(-2)(-3) \\ &= 4 - 24 = -20 \end{aligned}$$

3. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=b \\ ax+2y=-4 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, a, b 의 값은?

① $a=1, b=-1$ ② $a=1, b=-2$ ③ $a=2, b=-1$

④ $a=2, b=-2$ ⑤ $a=3, b=-3$

해설

해가 무수히 많으려면 두 직선이 일치해야 하므로 $\frac{1}{a} = \frac{1}{2} = \frac{b}{-4}$

가 된다.

따라서 $a=2, 2b=-4$ 이므로 $a=2, b=-2$ 이다.

4. 직선 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

(3, 0), (0, 4)를 지나므로

(삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

5. $\frac{24}{63 \times 5} \times 3 \times a$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. a 가 $20 \leq a \leq 30$ 의 자연수일 때, 이를 만족시키는 모든 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

$\frac{24}{63 \times 5} \times 3 \times a = \frac{2^3 \times 3}{3^2 \times 7 \times 5} \times 3 \times a$ 이므로 유한소수가 되기 위해서는 a 는 7의 배수가 되어야 한다.
20 과 30 사이에 7 의 배수는 21, 28이므로 모든 a 값의 합은 $21 + 28 = 49$ 이다.

6. $A = \frac{x-2y}{2}$, $B = \frac{x-3y}{3}$ 일 때, $2A - \{B - 2(A - B)\}$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $3x - 7y$

② $3x - y$

③ $2x - 4y$

④ $x - 3y$

⑤ $x - y$

해설

$$2A - \{B - 2(A - B)\} = 2A - (-2A + 3B) = 4A - 3B$$

A, B 의 값을 대입하면

$$\begin{aligned} 4A - 3B &= 4 \times \frac{x-2y}{2} - 3 \times \frac{x-3y}{3} \\ &= 2x - 4y - x + 3y = x - y \end{aligned}$$

7. 어떤 다항식에 $-x + 5y + 3$ 을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $3x - 2y + 1$ 이 되었다. 옳게 계산한 결과는?

- ① $x + 8y + 7$ ② $2x + 3y + 4$ ③ $2x - 7y - 2$
④ $x - 2y + 1$ ⑤ $-x + 2y - 3$

해설

$$\square - (-x + 5y + 3) = 3x - 2y + 1$$

$$\square = 3x - 2y + 1 + (-x + 5y + 3) = 2x + 3y + 4$$

옳게 계산한 결과는

$$2x + 3y + 4 + (-x + 5y + 3) = x + 8y + 7$$

8. 일차부등식 $\frac{x-3}{4} - \frac{3x-7}{5} < -2$ 의 해 중에서 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{x-3}{4} - \frac{3x-7}{5} < -2 \text{에서}$$

$$5(x-3) - 4(3x-7) < -40,$$

$$5x - 15 - 12x + 28 < -40,$$

$$-7x < -53$$

$$\therefore x > \frac{53}{7}$$

따라서 만족하는 가장 작은 정수는 8이다.

9. 연립부등식 $3(2x-1) \leq 2(x+6)$, $2(x+6) \leq 5(x+1)$ 에 대하여 해를 구하면?

- ① $\frac{7}{3} < x < \frac{15}{4}$ ② $\frac{7}{3} \leq x < \frac{15}{4}$ ③ $2 \leq x < 5$
④ $\frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{7}{3} < x < 5$

해설

$$3(2x-1) \leq 2(x+6) \Rightarrow 6x-3 \leq 2x+12$$

$$\Rightarrow 4x \leq 15 \Rightarrow x \leq \frac{15}{4}$$

$$2(x+6) \leq 5(x+1) \Rightarrow 2x+12 \leq 5x+5$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$$

10. 300 원짜리 사과와 200 원짜리 귤을 합하여 15 개를 사는데 금액을 3950 원 이하로 골보다 사과를 많이 사려고 한다. 이 조건을 만족하여 살 수 있는 사과의 개수는 최대 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9개

해설

사과의 개수 : x 개, 귤의 개수 : $(15 - x)$ 개

$$\begin{cases} 300x + 200(15 - x) \leq 3950 \cdots \textcircled{7} \\ 8 \leq x \leq 15 \end{cases}$$

$$\textcircled{7} : 300x + 3000 - 200x \leq 3950$$

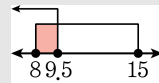
$$100x \leq 3950 - 3000$$

$$100x \leq 950$$

$$100x \leq 95$$

$$\therefore x \leq 0.95$$

$\therefore 8 < x < 9.5$ 따라서 살 수 있는 사과의 최대 개수는 9개이다.



11. 두 직선 $y = x + 2$ 와 $y = 3x - 2$ 의 교점이 $ax - 2y = 3$ 위의 점일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{2}$

해설

$$x + 2 = 3x - 2$$

$$\therefore x = 2, y = 4$$

두 직선의 교점은 (2, 4) 이다.

따라서 (2, 4) 를 $ax - 2y = 3$ 에 대입하면,

$$2a - 2 \times 4 = 3$$

$$\therefore a = \frac{11}{2}$$

12. 자연수 A, B 가 다음 식을 만족할 때, A, B 를 동시에 만족하는 값을 구하여 $A + B$ 의 최솟값을 구하여라.

$$\frac{1}{60} \times A = \frac{1}{B} \text{ (단, } \frac{1}{B} \text{ 은 유한소수)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\frac{1}{60} \times A$ 가 유한소수이려면

A 는 3의 배수이어야 하고 $\frac{1}{60} = \frac{1}{AB}$, $AB = 60$ 이므로

(A, B) 를 구하면 $(3, 20), (6, 10), (12, 5), (15, 4)$ 이다.

따라서 $A + B$ 의 최솟값은 16이다.

13. 다음 안에 들어갈 알맞은 수는?

$$3^{2x+3} = \text{} \times 9^x$$

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

해설

$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$
안에 들어갈 수는 27이다.

14. x, y 에 관한 일차방정식 $2a^2 - 2a(x + 4) + 2x - 4y = 0$ 은 두 점 $(a, -3), (b, 2)$ 를 해로 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $3a + 2b$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 1 ④ 5 ⑤ 10

해설

$x = a, y = -3$ 을 주어진 식에 대입을 하면
 $2a^2 - 2a(a + 4) + 2a + 12 = 0$,
정리하면 $-8a + 2a + 12 = 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.
 $a = 2, x = b, y = 2$ 를 주어진 방정식에 대입하면 $b = -8$,
따라서 $3a + 2b = 6 - 16 = -10$ 이다.

15. 40 개가 들어 있는 복숭아를 상자당 20,000 원에 5 상자를 사고, 운 반비로 10,000 원을 지불하였다. 그런데 한 상자에 2 개 꼴로 썩은 것이 있어 팔 수 없었다. 복숭아 한 개에 원가의 몇 %이상의 이익을 붙여서 팔아야 전체 들어간 금액의 20% 이상의 이익이 생기겠는지 구하여라.

▶ 답: %이상

▷ 정답 : 27 %이상

해설

총 원가 : $20000 \times 5 + 10000 = 110000$

1 개의 원가 : $110000 \div (5 \times 40) = 550$

$$550 \times \left(1 + \frac{x}{100}\right) \times 190 \text{ 원}$$

110000 원의 20% 이므로 22000 원이다.

$$f(x) = \begin{cases} 110000 - 2000x & 0 \leq x \leq 22000 \\ 0 & x > 22000 \end{cases}$$
$$550 \times \left(1 + \frac{x}{10}\right)$$
$$\therefore x \geq 26. \times$$

16. 일차함수 $y = 3x - b$ 의 x 의 범위가 $-1, a$ 이고, 함숫값의 범위가 $-5, -2$ 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라. (단, $a < -1$)

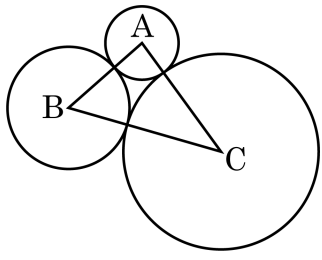
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $f(-1) = -5, f(a) = -2$ 일 때,
 $-5 = 3 \times (-1) - b$
 $-2 = 3 \times a - b$
 $a = 0, b = 2$
 $a > -1$ 이므로 조건을 만족하지 않는다.
ii) $f(-1) = -2, f(a) = -5$ 일 때,
 $-2 = 3 \times (-1) - b$
 $-5 = 3 \times a - b$
 $a = -2, b = -1$
 $a < -1$ 이므로 조건을 만족한다.
따라서 $a \times b = (-2) \times (-1) = 2$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 세 원 A, B, C가 접해 있다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$, $\overline{CA} = 11\text{cm}$ 일 때, 세 원의 넓이의 비는?



- ① 3 : 5 : 7 ② 12 : 35 : 24 ③ 8 : 13 : 15
④ 9 : 25 : 24 ⑤ 15 : 25 : 21

해설

세 원 A, B, C의 반지름의 길이가 각각 a , b , c 라고 하면

$$\begin{array}{r} a+b=8 \\ b+c=13 \\ +) \quad c+a=11 \\ \hline 2(a+b+c)=32 \end{array}$$

$\therefore a+b+c = 16$ 이므로 $a = 3$, $b = 5$, $c = 8$ 이다. 넓이의 비는

$$3^2 : 5^2 : 8^2 = 9 : 25 : 64$$

18. 매일 같은 양의 풀이 자라는 일정한 넓이의 목초지에 양을 방목하려고 한다. 6 일 동안 10 마리의 양들에게 풀을 먹일 수 있고 4 일 동안은 20 마리의 양들에게 풀을 먹일 수 있다. 양을 방목하기 전에 이미 일정한 양의 풀이 목초지에 자라나 있었고, 한 마리의 양이 하루에 소비하는 풀의 양은 모두 같다고 할 때, 이 목초지에서는 양 5 마리를 며칠 동안 키울 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 일

▷ 정답 : 8 일

해설

원래 자라나 있던 풀의 양을 a , 하루에 자라는 풀의 양을 b , 한 마리 양이 하루에 소비하는 풀의 양을 c 라 하자.

6 일 동안 10 마리의 양을 키울 수 있으므로

$$a + 6b = 10 \times 6 \times c \cdots \textcircled{1}$$

4 일 동안 20 마리의 양을 키울 수 있으므로

$$a + 4b = 20 \times 4 \times c \cdots \textcircled{2}$$

x 일 동안 5 마리의 양을 키울 수 있다고 하면

$$a + xb = 5 \times x \times c \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 에서 } 2b = -20c \quad \therefore b = -10c$$

$$b = -10c \text{ 를 } \textcircled{2} \text{ 에 대입하면 } a = 120c$$

$$a = 120c, b = -10c \text{ 를 } \textcircled{3} \text{ 에 대입하면 } x = 8$$

따라서 8 일 동안 양들을 키울 수 있다.

19. $x + ay + b = 0$ 의 그래프가 $2x + 8y - 5 = 0$ 의 그래프와 평행하고 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 그래프와 y 축 위에서 만날 때, $y = ax - b$ 의 그래프가 $x - y = 0$ 의 그래프와 만나는 점의 좌표는?

① $(-7, -7)$

② $(4, 4)$

③ $(-1, -1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(5, 5)$

해설

i) $x + ay + b = 0$ 과 $2x + 8y - 5 = 0$ 이 평행하므로 $\frac{2}{1} = \frac{8}{a}$, $2a = 8$ $\therefore a = 4$

ii) $x + ay + b = 0$ 과 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 y 절편이 같으므로 $-\frac{b}{a} = -\frac{9}{3}$ $\therefore b = 3a = 12$

iii) $y = ax - b$ 에서 $y = 4x - 12 \cdots \textcircled{㉠}$

$x - y = 0$ 에서 $y = x \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $x = 4, y = 4$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(4, 4)$

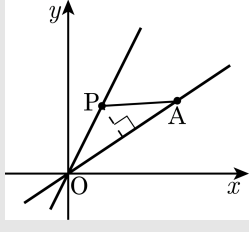
20. $y = 2x$ 의 그래프 위에 있는 점 P 와 점 A(6, 4) 사이의 직선 거리는 원점 O 와 점 P 사이의 직선 거리와 같다. 이러한 점 P 의 좌표를 $(t, 2t)$ 라고 할 때, t 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $t = \frac{13}{7}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{PO} = \overline{PA}$ 이므로 점 P 는 $\overline{OA}$ 의 수직이등분선 위의 점이다.



직선 OA 의 기울기가 $\frac{4-0}{6-0} = \frac{2}{3}$ 이므로 $\overline{OA}$ 에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\overline{OA}$ 에 수직인 직선의 방정식을

$$y = -\frac{3}{2}x + b \cdots \textcircled{1} \text{ 으로 놓을 수 있다.}$$

또한 원점과 점 A 의 중점이 $(3, 2)$ 이므로 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = \frac{13}{2}$ 이다.

$$\therefore y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2} \cdots \textcircled{2}$$

한편 점 P 는 $y = 2x$ 와 $\textcircled{2}$ 의 교점이므로 두 식을 연립하여 풀면

$$P\left(\frac{13}{7}, \frac{26}{7}\right) = P(t, 2t) \text{ 이므로}$$

$$\therefore t = \frac{13}{7}$$