

1. 등식  $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+c)x - c$ 가  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $-\frac{7}{3}$       ④  $-\frac{11}{3}$       ⑤  $-\frac{1}{3}$

해설

주어진 식에서 동류항의 계수를 비교하면

$$a = b - 2, \quad -(2a + c) = b + c, \quad 1 = -c$$

$$a - b = -2, \quad -2a - b = 2$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{4}{3}, \quad b = \frac{2}{3}$$

$$a + b + c = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

2. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면  $a = 2$   
 $x = 1$ 을 대입하면  $b = -2$   
 $x = 2$ 을 대입하면  $c = 1$   
3차항은 없으므로  $d = 0$   
 $\therefore a + b + c + d = 1$

3. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ 를 일차식  $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10      ② 10      ③ -4      ④ 4      ⑤ 0

해설

$$f(x) = (x+1)Q(x) + R \text{ 이라고 놓으면}$$

$$f(-1) = R$$

$$\therefore f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$$

$$\text{따라서 } R = -10$$

4.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

5.  $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

①  $(x-y)(x+y+1)$

②  $(x+y)(x-y-1)$

③  $(x-y)(x-y-1)$

④  $(x+y)(x+y-1)$

⑤  $(x+y)(x+y+1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x+y)^2 - (x+y) = (x+y)(x+y-1) \end{aligned}$$

6. 다항식  $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

①  $(x-1)(x^2+3)$

②  $(x-1)(x^2-x-2)$

③  $(x-1)(x^2+3x+3)$

④  $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤  $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을  $A$ 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2 - 3A + 9)$$

다시  $x-1$ 을 대입하면  $(x+2)(x^2-5x+13)$

7. 두 다항식  $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$ ,  $3x^3 - 3x^2 - 6x$ 의 최대공약수를 구하면?

- ①  $(x-1)(x-2)$     ②  $(x+1)(x+2)$     ③  $(x+1)(x-2)$   
④  $(x-1)(x-2)$     ⑤  $(x+1)(x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4 \\ &= (x+1)(x-2)(x+1)(3x-2) \\ & 3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x-2)(x+1) \\ & \therefore \text{최대공약수} : (x-2)(x+1) \end{aligned}$$

8. 세 개의 다항식  $x^3 + ax + b$ ,  $x^3 + cx^2 + a$ ,  $cx^2 + bx + 4$ , 의 공약수 중 하나가  $x - 1$  일 때,  $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2      ② -2      ③ 3      ④ -3      ⑤ 4

해설

$$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow f(1) = 1 + a + b = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$g(x) = x^3 + cx^2 + a \rightarrow g(1) = 1 + c + a = 0 \cdots \text{㉡}$$

$$h(x) = cx^2 + bx + 4 \rightarrow h(1) = c + b + 4 = 0 \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} + \text{㉢} \text{에서 } 2(a + b + c) + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

9.  $k$ 의 값에 관계없이  $(3k^2 + 2k)x - (k + 1)y - (k^2 - 1)z$ 의 값이 항상 1일 때,  $x + y + z$ 의 값은?

- ① -3      ② 0      ③ 3      ④ 6      ⑤ 8

해설

주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$k^2(3x - z) + k(2x - y) - (y - z) = 1$$

위 식이  $k$ 의 값에 관계없이 성립하므로  $k$ 에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x - z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - y = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z - y = 1 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$x = 1, y = 2, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 6$$

10.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다.  $i = 1$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & d & e & f \\ \hline & 1 & g & h & i \end{array}$$

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & 1 & a+1 & a+b+1 \\ \hline & 1 & a+1 & a+b+1 & a+b+c+1 \end{array}$$

이때  $a+b+c+1 = 1$ 이므로

$$a+b+c = 0$$

따라서 ③이다.

11.  $(2^{48} - 1)$ 은 60 과 70 사이의 어떤 두 수로 나누어 떨어진다. 이 두 수는?

① 61, 63

② 61, 65

③ 63, 65

④ 63, 67

⑤ 67, 69

해설

$$\begin{aligned} 2^{48} - 1 &= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= 63 \cdot 65 \cdot (2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \end{aligned}$$

따라서  $2^{48} - 1$ 은 63과 65로 나누어 떨어진다.

12.  $x$ 에 대한 이차식  $A = x^2 + ax + b$ ,  $B = x^2 + bx + a$ 의 최대공약수  $G$ 가  $x$ 에 대한 일차식이고  $A + B = G(px + q)$ 일 때, 상수  $a + b + p + q$ 의 값은?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$G$ 는  $A + B, A - B$ 의 인수가 된다.

$$A - B = (a - b)x - (a - b) = (a - b)(x - 1)$$

$$\therefore G = x - 1$$

$A$ 에  $x = 1$  대입,

$$1 + a + b = 0, a + b = -1$$

$$A + B = 2x^2 + (a + b)x + a + b$$

$$= 2x^2 - x - 1$$

$$= (x - 1)(2x + 1)$$

$$p = 2, q = 1$$

$$a + b + p + q = -1 + 2 + 1 = 2$$

13.  $x$ 에 관한 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4$ 로 나눈 나머지는  $2x + 1$ 이고,  $g(x)$ 를  $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눈 나머지는  $x - 4$ 이다. 이 때,  $(x+2)f(x) + 3g(x+1)$ 을  $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하면?

- ① 7      ② 9      ③ 13      ④ 17      ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)p(x) + 2x + 1 \text{에서 } f(2) = 5 \\ g(x) &= (x^2 - 5x + 6)q(x) + x - 4 \text{에서 } g(3) = -1 \\ h(x) &= (x+2)f(x) + 3g(x+1) \text{이라 놓으면,} \\ h(x) &\text{를 } x - 2 \text{로 나눈 나머지는} \\ h(2) &= 4f(2) + 3g(3) = 17 \end{aligned}$$

14.  $x$ 의 다항식  $f(x) = x^5 - ax - 1$ 이 계수가 정수인 일차인수를 갖도록 정수  $a$ 의 값을 구하면?

- ①  $a = 0$  또는 2      ②  $a = 1$  또는 2      ③  $a = -1$  또는 2  
④  $a = 0$  또는 1      ⑤  $a = 0$  또는 -2

**해설**

상수항이 -1 이므로 만일 일차인수가 있다면 그것은  $x - 1$  또는  $x + 1$  뿐이다.

(i)  $f(1) = 1 - a - 1 = 0$  에서  $a = 0$

(ii)  $f(-1) = -1 + a - 1 = 0$  에서  $a = 2$

15.  $2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12$ 를  $x, y$ 의 두 일차식의 곱으로 인수분해하면,  $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c + d$ 의 값은? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수)

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12 \quad (\leftarrow x \text{에 관하여 정리}) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y^2 - 4y - 12) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y + 2)(y - 6) \\ &= \{x + (y + 2)\}\{2x - (y - 6)\} \\ &= (x + y + 2)(2x - y + 6) \\ &\therefore a = 1, b = 2, c = -1, d = 6 \\ &\therefore a + b + c + d = 8 \end{aligned}$$