1. 영희는 3 회에 걸쳐 치른 국어 시험 성적의 평균이 85 점이 되게 하고 싶다. 2 회까지 치른 국어 점수의 평균이 84 점일 때, 3 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 81 점 ② 83 점 ③ 85 점 ④ 87 점 ⑤ 89 점

해설

1, 2 회 때 각각 받은 점수를 a, b 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b}{2} = 84, \quad a+b = 168$$

$$\frac{a+b+x}{3} = 85, \quad (a+b)+x = 255, \quad 168+x = 255 \quad \therefore x = 87$$

따라서 87 점을 받으면 평균 85 점이 될 수 있다.

2. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

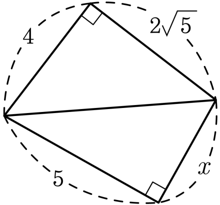
이름	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.

3. 다음 그림에서 x 의 길이는 ?



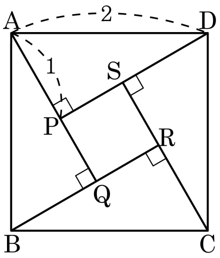
① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

해설

피타고라스 정리를 적용하면 두 직각삼각형의 공통변의 길이는 6

따라서 $x = \sqrt{36-25} = \sqrt{11}$

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 1$ 이다. 사각형 PQRS 의 넓이는?



① $5-3\sqrt{2}$ ② $4-\sqrt{3}$ ③ $4-2\sqrt{3}$

④ $5-\sqrt{3}$ ⑤ $2-\sqrt{3}$

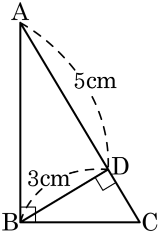
해설

□PQRS 는 정사각형이므로

$\overline{AQ} = \sqrt{2^2-1^2} = \sqrt{3}$ $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3}-1$

$\therefore$ □PQRS $= (\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3}$

5. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\dfrac{2\sqrt{23}}{5}$　② $\dfrac{3\sqrt{23}}{5}$　③ $\dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

④ $\dfrac{4\sqrt{34}}{5}$　⑤ $\dfrac{18}{5}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD^2} = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}(\,\mathrm{cm})$$

$$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$$

6. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수 Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수 Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

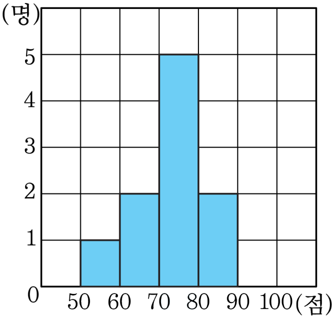
① $x = y = z$　　② $x = y < z$　　③ $x < y = z$

④ $x = y > z$　　⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

7. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

$$(\text{평균})=\frac{55\times1+65\times2+75\times5+85\times2}{10}=\frac{730}{10}=73(\text{점})$$

$$(\text{분산})=\frac{1}{10}\{(55-73)^2\times1+(65-73)^2\times2\}$$

$$+\frac{1}{10}\{(75-73)^2\times5+(85-73)^2\times2\}$$

$$=\frac{760}{10}=76$$

8. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	a
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

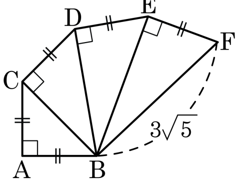
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BF}} = 3\sqrt{5}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이는?



① 1　　② $\sqrt{3}$　　③ 3

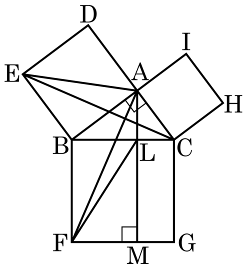
④ 4　　⑤ $\sqrt{5}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = a$라고 두면

$\overline{\mathrm{BF}} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{5} = 3\sqrt{5}, a = 3$이다.

10. 다음 그림은 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 $\square ABED$ 와 넓이가 같은 것을 고르면?



① $\triangle ABC$　　② $\square ACHI$

③ $\square LMGC$　　④ $\square BFML$

⑤ $\triangle AEC$

해설

$\triangle CBE = \triangle ABE$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)

$\triangle CBE = \triangle ABF$ (SAS 합동)

$\triangle ABF = \triangle BFL$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)

에 의해서, $\triangle ABE = \triangle BFL$ 이다.

$\therefore\ \square ABED = \square BFML$

11. 길이가 6 cm , 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

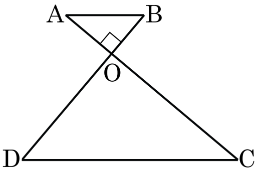
① $\sqrt{10}$ cm ② 10 cm ③ 100 cm

④ $2\sqrt{7}$ cm ⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.
② $x > 8$ 이면
$6 + 8 > x(\mathrm{m})$ 이고 $6^2 + 8^2 = x^2$
$\therefore x = 10\,(\mathrm{cm})$
④ $x < 8$ 이면
$x + 6 > 8$ 이고 $x^2 + 6^2 = 8^2$
$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}(\mathrm{cm})$
따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

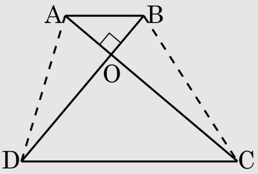
12. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$①

$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②

$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③

$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④

①과 ③을 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤

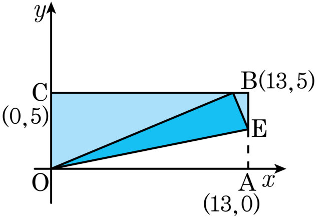
②와 ④를 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

13. 좌표평면 위의 직사각형 OABC 를 그림과 같이 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 D 에 오도록 접었을 때, 점 E 의 좌표는?



① $(13, 3)$　　② $\left(13, \dfrac{12}{5}\right)$　　③ $(13, 4)$

④ $(13, 5)$　　⑤ $\left(13, \dfrac{13}{5}\right)$

해설

점 E 를 $(13, a)$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{DE} = a$, $\overline{BE} = 5 - a$ 이다.
$\overline{OA} = \overline{OD} = 13$ 이고 $\overline{OC} = 5$ 이므로 $\overline{CD} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ 이다.
따라서 $\overline{DB} = 1$ 이므로 $\triangle BDE$ 에서
$1^2 + (5-a)^2 = a^2$ 이다.
$a = \dfrac{13}{5}$ 이므로 점 E 는 $\left(13, \dfrac{13}{5}\right)$ 이다.

14. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\dfrac{50}{3}$ ② $\dfrac{51}{3}$ ③ $\dfrac{52}{3}$ ④ $\dfrac{53}{3}$ ⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$$\therefore\ x+y+z=12 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$$

$$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$$

$$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$\dfrac{x^2+y^2+z^2}{3}=\dfrac{54}{3}=18$ 이다.

15. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x$, $3y$, $3z$ 의 분산은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$$\therefore\ x+y+z=12 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$$

$$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$$

$$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2=54$$

한편, $3x$, $3y$, $3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3}=\frac{3(x+y+z)}{3}=\frac{3\times 12}{3}=12$$

따라서 분산은

$$\frac{(3x-12)^2+(3y-12)^2+(3z-12)^2}{3}$$

$$=\frac{9x^2+9y^2+9z^2-72(x+y+z)+144\times 3}{3}$$

$$=\frac{9\times 54-72\times 12+432}{3}=\frac{54}{3}$$

$$=18$$