

1. 네 수 5, 7, x , y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

변량 5, 7, x , y 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y}{4} = 4, \quad x + y + 12 = 16$$

$$\therefore x + y = 4 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(5 - 4)^2 + (7 - 4)^2 + (x - 4)^2 + (y - 4)^2}{4} = 3,$$

$$\frac{1 + 9 + x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16}{4} = 3,$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 8(x + y) + 42}{4} = 3$$

$$x^2 + y^2 - 8(x + y) + 42 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8(x + y) = -30 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore x^2 + y^2 = 8(x + y) - 30 = 8 \times 4 - 30 = 2$$

따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은

$$\frac{5 + 2x^2 + 2y^2 + 7}{4} = \frac{12 + 2(x^2 + y^2)}{4} = \frac{12 + 4}{4} = 4 \text{ 이다.}$$

2. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

- ① 2, 2 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 3$$

$$\therefore x+y+z=9 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3} = 4$$

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 12$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 + z^2 - 6z + 9 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 27 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6 \times 9 + 27 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 39$$

한편, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균은

$$\begin{aligned} & \frac{(x-1) + (y-1) + (z-1)}{3} \\ &= \frac{(x+y+z) - 3}{3} = \frac{9-3}{3} = 2 \end{aligned}$$

분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(x-1-2)^2 + (y-1-2)^2 + (z-1-2)^2}{3} \\ &= \frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3} \\ &= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 9 \times 3}{3} \\ &= \frac{39 - 6 \times 9 + 27}{3} = \frac{12}{3} = 4 \end{aligned}$$

따라서 $x-1, y-1, z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4} = 2$ 이다.