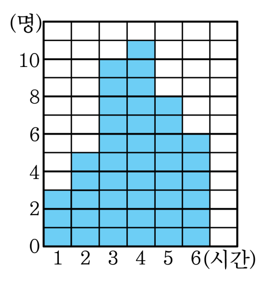
1. 다음은 희정이네 학급 43 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 그래프이다. 학생들의 운동시간의 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 3, 최빈값 : 3

② 중앙값 : 3, 최빈값 : 4

③ 중앙값 : 4, 최빈값 : 3

④ 중앙값 : 4, 최빈값 : 4

⑤ 중앙값 : 5, 최빈값 : 5

해설

최빈값은 학생 수가 11 명으로 가장 많을 때인 4 이고, 운동시간을 순서대로 나열하면
1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6 이므로 중앙값은 4 이다.

2. 다음은 다섯 명의 학생이 5 일 동안 받은 e – mail 의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 작은 사람은 누구인가?

	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
성재	5	2	5	5	2
선영	6	4	6	6	4
민지	10	10	10	11	10
성수	5	8	5	8	9
경희	7	1	7	1	9

① 성재 ② 선영 ③ 민지 ④ 성수 ⑤ 경희

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균에서 더 가까워지므로 표준편차가 가장 작은 학생은 민지이다.

3. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간　　② 2 시간　　③ 3 시간
④ 4 시간　　⑤ 5 시간

해설

$(\text{평균}) = \dfrac{\{(\text{변량})\text{의총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \dfrac{14}{7} = 2(\text{시간})$ 이다.

4. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$\frac{3+5+9+6+x}{5}=6$

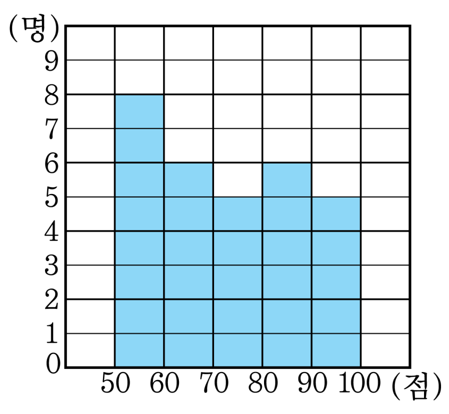
$23+x=30$

$\therefore x=7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}=\frac{9+1+9+1}{5}=\frac{20}{5}=4$

5. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$ ② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$ ③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$
④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$ ⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

평균 : $\frac{55\times8+65\times6+75\times5+85\times6}{30}+\frac{95\times5}{30}=73$

편차 : $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산 : $\frac{(-18)^2\times8+(-8)^2\times6+2^2\times5+12^2}{30}+\frac{6+22^2\times5}{30}=\frac{628}{3}$

표준편차 : $\sqrt{\frac{628}{3}}=\frac{2\sqrt{471}}{3}$

6. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간(시간)	학생 수(명)
$0^{이상} \sim 2^{미만}$	4
$2^{이상} \sim 4^{미만}$	2
$4^{이상} \sim 6^{미만}$	18
$6^{이상} \sim 8^{미만}$	6
$8^{이상} \sim 10^{미만}$	2
합계	32

① 5, 1　② 5, 2　③ 5, 4　④ 6, 3　⑤ 6, 4

해설

$(평균)= \dfrac{1\times4+3\times2+5\times18+7\times6+9\times2}{32}$

$=5$

$(분산)= \dfrac{(-4)^2\times4+(-2)^2\times2}{32}$

$+\dfrac{0^2\times18+2^2\times6+4^2\times2}{32}=4$

$\therefore$ $(표준편차)= \sqrt{4}=2$

7. 은정이는 5 회에 걸친 사회 시험에서 4 회까지 83 점, 84 점, 79 점, 90 점을 받았고, 5 회는 병결로 인해 4 회까지의 평균 성적의 50 % 를 받았다. 은정이의 5 회에 걸친 사회시험 성적의 평균은?

① 72 점 ② 73.2 점 ③ 75.6 점
④ 77.8 점 ⑤ 82 점

해설

4 회 까지의 평균 : $\frac{83+84+79+90}{4}=\frac{336}{4}=84$(점)

5 회 성적 : $84\times\frac{50}{100}=42$(점)

(5 회에 걸친 사회 성적의 평균)

$=\frac{83+84+79+90+42}{5}=\frac{378}{5}=75.6$(점)

8. x, y, z의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2의 평균은?

① 20　② 23　③ 24　④ 26　⑤ 27

해설

세 수 x, y, z의 평균이 8이므로

$\frac{x+y+z}{3} = 5$

$\therefore x+y+z = 15 \cdots$ ㉠

또, 분산이 2이므로 $\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3} = 2$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2 = 6$

$\therefore x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75 = 6$

위 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10(15)+75 = 6$

$x^2+y^2+z^2 = 81$

따라서 $x^2+y^2+z^2$의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$이다.

9. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

10. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

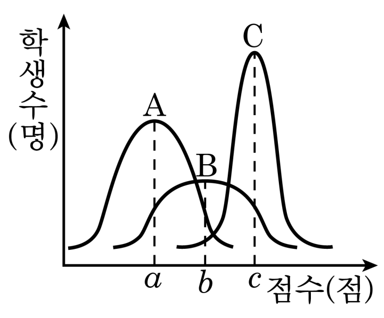
해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

11. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

12. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg

④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$

$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균)$= \dfrac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

13. 다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때, 2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이므로

$$\frac{5+6+x+y+7}{5}=8,\quad x+y+18=40$$

$\therefore x+y=22 \quad \cdots\cdots ㉠$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-8)^2+(6-8)^2+(x-8)^2+(y-8)^2}{5}+\frac{(7-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5}=5$$

$x^2+y^2-16(x+y)+142=25$

$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-117 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-117=16\times 22-117$

$\therefore\ x^2+y^2=235$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$\frac{1}{4}\left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5}\right)=\frac{1}{4}\left\{5+\frac{1}{5}(x^2+y^2)\right\}=13$ 이다.

14. 변량 $x_1, x_2, + \cdots + x_n$ 의 평균이 4이고 표준편차가 3일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \cdots, 3x_n - 5$ 의 평균 m과 표준편차 n의 합 $m + n$을 구하면?

① 10　　② 12　　③ 14　　④ 16　　⑤ 18

해설

$$\frac{x_1, x_2, + \cdots + x_n}{n} = 4$$

$$\frac{(3x_1 - 5) + (3x_2 - 5) + \cdots + (3x_n - 5)+}{n}$$

$$= \frac{3(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) - 5n}{n}$$

$$= 3 \cdot 4 - 5 = 12 - 5 = 7 = m$$

$\dfrac{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \cdots + (x_n - 4)^2}{n} = 3^2 = 9$일 때,

$$\frac{(3x_1 - 5 - 7)^2 + (3x_2 - 5 - 7)^2}{n}$$

$$+ \frac{+ \cdots + (3x_n - 5 - 7)^2}{n}$$

$$= \frac{\left\{3(x_1 - 4)^2\right\} + \left\{3(x_2 - 4)^2\right\} + \cdots + \left\{3(x_n - 4)^2\right\}}{n}$$

$$= \frac{9\left\{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \cdots + (x_n - 4)^2\right\}}{n}$$

$$= 9 \cdot 9 = 81$$

따라서 표준편차 $n = \sqrt{81} = 9$이다.

따라서 $m + n = 7 + 9 = 16$이다.

15. 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \le b \le c$)

① $1+2\sqrt{5}$　② $2+\sqrt{3}$　③ $2+12\sqrt{3}$

④ $2+21\sqrt{5}$　⑤ $2+24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$\therefore\ abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1,\ 1,\ 180)$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}) \\ &= 2(1+\sqrt{180}+\sqrt{180}) \\ &= 2(1+6\sqrt{5}+6\sqrt{5}) \\ &= 2(1+12\sqrt{5}) \\ &= 2+24\sqrt{5}\end{aligned}$$