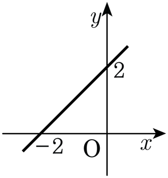
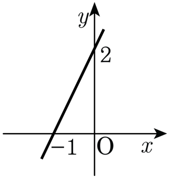
1. 다음 중 직선 $y = 2(x+1)$ 을 나타내는 그래프는?

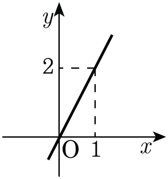
①



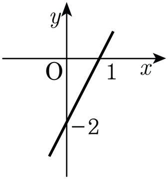
②



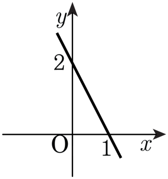
③



④



⑤



해설

$y = 2(x+1) = 2x+2$ 이므로, 기울기가 2 이고,
y 절편이 2 인 그래프는 ②번이다.

2. 점 $(a+b,\ ab)$가 제 2사분면의 점일 때, $(a,\ a+b)$ 는 제 $\boxed{}$사분면, 점 $\left(\dfrac{b}{a}, b\right)$ 는 제$\boxed{}$사분면의 점이다. 다음 중 $\boxed{}$안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

① 1, 2　　② 2, 3　　③ 3, 4　　④ 1, 4　　⑤ 3, 2

해설

점 $(a+b,\ ab)$가 제 2사분면의 점이므로

$a+b<0,\ ab>0$

$\therefore\ a<0,\ b<0$

$\therefore\ a+b<0,\ \dfrac{b}{a}>0$

따라서 점 $(a,\ a+b)$는 제 3사분면의 점이고

점 $\left(\dfrac{b}{a},\ b\right)$는 제 4사분면의 각이다.

3. 점 $(1,2)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $x=1$

해설

점 $(1,\ 2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로

$\therefore\ x=1$

4. 점 (3, 2) 을 지나고 직선 $x+3y-2=0$ 에 수직인 직선의 방정식을 구하면?

① $y=-3x+7$　② $y=3x-7$　③ $y=3x-5$

④ $y=3x+5$　⑤ $y=2x-4$

해설

$y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$ 에 수직하므로 기울기는 3 이고, 점 $(3,2)$ 를 지나므로,

직선의 방정식 : $y=3(x-3)+2=3x-7$

5. 두 직선 $ax+4y-4=0$, $x+2y+b=0$이 수직일 때의 a값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

수직조건 $a\cdot 1+4\cdot 2=0$

$\therefore\ a=-8$

6. 원점 O에서 직선 L : $ax - y + 1 = 0$에 내린 수선의 길이가 $\frac{1}{2}$일 때 양수 a의 값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

해설

수선의 길이는 원점과 직선 L 사이의 거리이므로

$$\frac{|0 - 0 + 1|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 2$$

$$a^2 = 3$$

$$\therefore \ a = \sqrt{3} \ (\because \ a > 0)$$

7. 두 직선 $4x+3y-1=0$ 과 $4x+3y+5=0$ 과의 거리를 d 라 할 때 $5d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

직선 $4x+3y-1=0$ 위의 한 점 이를테면 $(1,\ -1)$ 로부터 직선 $4x+3y+5=0$ 에 이르는 거리를 구하면 되므로

$$\frac{|4\times1+3\times(-1)+5|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{6}{5}$$

$$\therefore 5d=5\times\frac{6}{5}=6$$

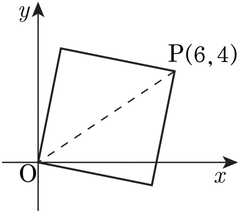
8. 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(a), \mathrm{B}(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{\mathrm{AB}}$는 5이고 점 $\mathrm{C}(a+b)$의 좌표를 -1이라 할 때, 점 $\mathrm{D}(a-b)$의 좌표는?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

$a > b$일때, $\mathrm{A}(a)$, $\mathrm{B}(b)$ 사이의 거리는 $a-b$이므로, $a-b=5$
따라서 $\mathrm{D}(a-b)$의 좌표는 5

9. 다음 그림과 같은 정사각형의 넓이는?



① 16　② 20　③ 26　④ 32　⑤ 52

해설

$\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$ 이므로

주어진 정사각형의 한 변의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{52}$ 에서 $a^2 = 26$ 이다.

따라서 정사각형의 넓이는 26이다

10. 세 점 A $(-1, 1)$, B $(-3, -2)$, C $(2, -1)$에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 D의 좌표를 정하면?

① $(4, 2)$ ② $(2, 4)$ ③ $(3, 5)$

④ $(5, 3)$ ⑤ $(1, -5)$

해설

D (a, b)라 두면 평행사변형의 성질로부터
대각선 $\overline{\mathrm{AD}}$의 중점과 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점은 일치한다.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}, 0\right) = \left(\frac{a-3}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

11. 직선 $y = -x + 1$의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

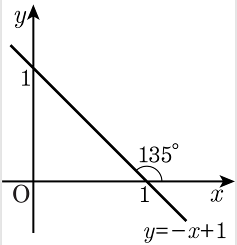
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y절편 1

▷ 정답 : x축의 양의 방향 $135°$

해설

기울기 -1, y 절편 1,
x 축의 양의 방향과
이루는 각 $135°$



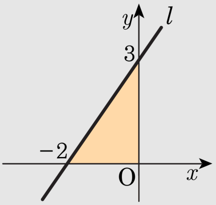
12. 직선 $3x-2y+6=0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x-2y+6=0$을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\dfrac{1}{2}\times2\times3=3$

13. 복소수 $z=a+bi$를 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에 대응시킬 때, $(2-3i)z$가 실수가 되게 하는 점 P가 그리는 도형은? (단, a, b는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2-3i)z &= (2-3i)(a+bi)\\ &= (2a+3b)+(2b-3a)i\cdots㉠\end{aligned}$$

㉠이 실수이려면 $2b=3a$

$$\therefore\ b=\frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

14. 세 점 $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(1,2)$에 대하여 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$ 이 최소가 되도록 점 P의 좌표를 정하면?

① $P\left(-\frac{1}{3},\ -\frac{2}{3}\right)$ ② $P\left(\frac{1}{2},\ -\frac{2}{3}\right)$ ③ $P\left(\frac{1}{3},\ \frac{1}{3}\right)$
④ $P\left(\frac{2}{3},\ \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $P\left(-\frac{2}{3},\ \frac{1}{3}\right)$

해설

$P(x,\ y)$ 라 두면

$$x^2+y^2+(x-1)^2+y^2+(x-1)^2+(y-2)^2$$
$$=3x^2-4x+3y^2-4y+6$$
$$=3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+3\left(y-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{10}{3}$$

$\therefore P\left(\frac{2}{3},\ \frac{2}{3}\right)$ 일 때 최소

※ 점 P 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이 된다.

$$\left(\frac{0+1+1}{3},\ \frac{0+0+2}{3}\right)=\left(\frac{2}{3},\ \frac{2}{3}\right)$$

15. 좌표평면 위에 서로 다른 세 점 $A(-2k-1, 5)$ $B(k, -k-10)$, $C(2k+5, k-1)$가 일직선 위에 있을 때, k의 값의 곱을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

세 점 A, B, C가 일직선 위에 있으므로
직선 AB와 직선 BC의 기울기는 같다.

$$\frac{-k-10-5}{k-(-2k-1)} = \frac{(k-1)-(-k-10)}{2k+5-k}$$

이 식을 정리하면 $k^2+7k+12=0$
$\therefore$ k의 값의 곱은 12이다.

16. 직선 $ax+by+c=0$에 대하여 $ab<0$, $bc>0$일 때, 이 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : ______사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$ax+by+c=0$에서

$y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

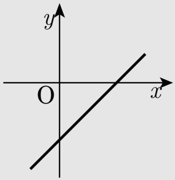
주어진 조건에서

$ab<0$, $bc>0$ 이므로

$-\dfrac{a}{b}>0$, $-\dfrac{c}{b}<0$

$\therefore$ (기울기)>0 , (y 절편)<0

따라서 주어진 직선은 다음 그림과 같으므로



지나지 않는 사분면은 제 2 사분면이다.

17. 두 직선 $3x+2y-1=0$ 과 $2x-3y+1=0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점들 중 x 와 y 의 좌표가 모두 정수인 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 골라 놓은 것은?

Ⅰ. 위 조건을 만족하는 점은 유한개이다. Ⅱ. 제2사분면의 점들 중에서 위 조건을 만족하는 것이 없다. Ⅲ. 제3사분면에 있는 모든 점들의 y좌표는 5의 배수이다.

① Ⅰ ② Ⅱ ③ Ⅲ ④ Ⅰ, Ⅲ ⑤ Ⅱ, Ⅲ

해설

두 직선에서 같은 거리에 있는 점을
P$(a,\ b)$ 라고 하면

$$\frac{|3a+2b-1|}{\sqrt{13}}=\frac{|2a-3b+1|}{\sqrt{13}}$$

$3a+2b-1=2a-3b+1$ 또는
$3a+2b-1=-2a+3b-1$ 이므로
$a+5b-2=0,\ 5a-b=0$ 에서
$x+5y-2=0$, $5x-y=0$
즉, $y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$ 와
$y=5x$ 위에 있는 모든 점들은
주어진 두 직선에서 이르는 거리가 같다.
Ⅰ. 이러한 좌표는 무한개 존재한다.
Ⅱ. $y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$
위의 점, 예를 들면 $(-3,\ 1)$ 이 있다.
Ⅲ. $y=5x$ 로 x 가 정수일 때,
y 좌표는 5 의 배수이다.

18. 직선 $y = x + 2$ 위의 점 P는 두 점 $A(-2, 0)$, $B(4, -2)$로부터 같은 거리에 있다고 할 때, 점 P의 좌표는?

① $(-1, 1)$ ② $(0, 2)$ ③ $(1, 3)$

④ $(2, 4)$ ⑤ $(3, 5)$

해설

P가 $y = x + 2$ 위에 있으므로 $P(a,\ a+2)$라고 놓을 수 있다.

$\overline{PA} = \overline{PB}$이므로

$\sqrt{(a+2)^2 + (a+2)^2} = \sqrt{(a-4)^2 + (a+4)^2}$

$2(a+2)^2 = (a-4)^2 + (a+4)^2$

$8a = 24$

$\therefore\ a = 3$

$\therefore\ P(3,\ 5)$

19. 직선 $3x+y=8$이 두 점 $A(4,\ -3)$, $B(1,\ 2)$를 잇는 선분 AB를 $1\ :\ m$으로 내분할 때, 상수 m의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 점 $A(4,\ -3)$, $B(1,\ 2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $1\ :\ m$ 으로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{4m+1}{m+1},\ \frac{-3m+2}{m+1}\right)$$ 이다.

이 점이 직선 $3x+y=8$ 위에 있으므로

$$3\times\frac{4m+1}{m+1}+\frac{-3m+2}{m+1}=8$$

따라서 $m=3$

20. 두 직선 $y=-x+3$, $y=mx+m+2$이 제 1사분면에서 만나도록 하는 m 의 값의 범위가 $\alpha<m<\beta$ 일 때, $2\alpha+\beta$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m(x+1)-(y-2)=0$ 에서 $y=mx+m+2$ 는

m 의 값에 관계없이 $(-1,\ 2)$ 를 지난다.

$(3,\ 0)$ 을 지날때 $m=-\frac{1}{2}$

$(0,\ 3)$ 을 지날때 $m=1$

$\therefore\ -\frac{1}{2}<m<1$

따라서 $2\alpha+\beta=\ 0$