

1. 두 점 $A(-3, 1)$, $B(2, 5)$ 사이의 거리는?

① 5

② $4\sqrt{2}$

③ 6

④ $\sqrt{41}$

⑤ $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{41}$$

2. 두 점 A $(-3, 2)$, B $(4, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① $(0, 0)$

② $(1, 0)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(4, 0)$

해설

P $(x, 0)$ 이라 놓으면 두 점 사이의 거리의 공식에 의하여

$$\sqrt{(x+3)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (5-0)^2} \Rightarrow 14x = 28 \Rightarrow x = 2$$

$$\therefore P(2, 0)$$

3. 두 점 $A(1, 2), B(3, -2)$ 를 이은 $\overline{AB}$ 의 B 방향으로의 연장선 위에 $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$ 을 만족시키는 점 C의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

점 C는 선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점이므로
 $C(5, -6)$ 이다.

$$\therefore a^2 + b^2 = 5^2 + (-6)^2 = 61$$

4. 세 점 $A(a, 4)$, $B(1, b)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 $G(2, 1)$ 일 때, ab 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ 3

⑤ 4

해설

무게중심의 좌표가 $G(2, 1)$ 이므로

$$\frac{a + 1 + 3}{3} = 2, \frac{4 + b + 1}{3} = 1$$

$$a + 4 = 6 \quad \therefore a = 2$$

$$b + 5 = 3 \quad \therefore b = -2$$

$$\therefore ab = 2 \times (-2) = -4$$

5. 세 점 $A(1, 2)$, $B(m, 2)$, $C(4, n)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가 $\left(\frac{2}{3}, 3\right)$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값은?

① 2

② -2

③ 0

④ 3

⑤ -3

해설

$$\left(\frac{1+m+4}{3}, \frac{2+2+n}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, 3\right)$$

$$\therefore 1+m+4=2, \quad 2+2+n=9$$

$$\therefore m=-3, \quad n=5$$

$$\therefore m+n=2$$

6. 일차함수 $y = x + b$ 의 그래프가 점 $(2, -1)$ 을 지날 때 b 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ -2

⑤ -3

해설

일차함수 $y = x + b$ 의 그래프가

점 $(2, -1)$ 을 지나므로,

$x = 2, y = -1$ 를 대입하면 성립해야 하므로

$$-1 = 2 + b$$

$$\therefore b = -3$$

7. 두 점(3, 2), (3,10)을 지나는 직선의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = 3$

③ $x = 10$

④ $y = 3$

⑤ $y = 10$

해설

두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 지나는 직선의 방정식은

i) $x_1 \neq x_2$ 일 때, $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

ii) $x_1 = x_2$ 일 때, $x = x_1$

두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 지나는 직선의 방정식은

$x_1 = x_2$ 일 때, $x = x_1$ 이므로

두 점 (3, 2), (3,10)을 지나는 직선의 방정식은

$\therefore x = 3$

8. 다음 중 x 절편이 -1 이고, y 절편이 2 인 직선의 방정식은?

① $x - 2y - 2 = 0$

② $-x + 2y = 0$

③ $x + y + 1 = 0$

④ $x + 2y + 2 = 0$

⑤ $2x - y + 2 = 0$

해설

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow \therefore 2x - y + 2 = 0$$

9. 세 점 $(3, 1)$, $(-2 - a, 4)$, $(7, -a)$ 가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

세 점 $A(3, 1)$, $B(-2 - a, 4)$, $C(7, -a)$ 가

동일 직선 위에 있으려면

(직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기) 이므로

$$\frac{4 - 1}{-2 - a - 3} = \frac{-a - 4}{7 - (-2 - a)}$$

$$\frac{3}{-a - 5} = \frac{-a - 4}{9 + a}$$

$$(-a - 5)(-a - 4) = 3(9 + a)$$

$$a^2 + 6a - 7 = (a + 7)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -7 \text{ 또는 } a = 1$$

따라서 양수 a 의 값은 1

10. 두 직선 $(a-2)x + 3y - 1 = 0$, $ax - y + 3 = 0$ 이 평행할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-2}{a} = \frac{3}{-1} \neq \frac{-1}{3} \quad (a \neq 0)$$

$$\therefore 3a = -a + 2$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

11. 점 $(4, 3)$ 과 직선 $5x - 12y + 3 = 0$ 사이의 거리를 d_1 , 점 $(4, 3)$ 과 직선 $12x + 5y - 50 = 0$ 사이의 거리를 d_2 라고 할 때, d_1 과 d_2 사이의 관계는?

① $d_1 = d_2$

② $d_1 = d_2 + 1$

③ $d_1 + 1 = d_2$

④ $d_1 = d_2 + 2$

⑤ $d_1 + 2 = d_2$

해설

$$d_1 = \frac{|5 \cdot 4 - 12 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{|-13|}{\sqrt{169}} = 1$$

$$d_2 = \frac{|12 \cdot 4 + 5 \cdot 3 - 50|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{|13|}{\sqrt{169}} = 1$$

따라서 $d_1 = d_2$

12. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 = 0$ 과 중심이 같고, 원점을 지나는 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 26$$

중심 : $(-4, 3)$

$$\therefore (x + 4)^2 + (y - 3)^2 = r^2,$$

$(0, 0)$ 을 지나므로

$$r = 5 (\because r > 0)$$

13. 평행이동 $T : (x, y) \rightarrow (x + 4, y - 3)$ 에 의하여 점 $(2, 5)$ 가 옮겨지는 점의 좌표를 구하면?

① $(2, 1)$

② $(4, 6)$

③ $(6, 2)$

④ $(5, 3)$

⑤ $(9, 1)$

해설

평행이동 T 로부터 얻어지는 관계식

$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y - 3 \end{cases}$$

에 주어진 점의 좌표를 대입하여 구하면 된다.

$(2 + 4, 5 - 3)$, 즉 $(6, 2)$

14. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축의 방향으로 p , y 축의 방향으로 $-2p$ 만큼 평행이동하였더니 직선 $y = 2x - 5$ 와 일치하였다. 이때, 상수 p 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

직선을 x 축으로 p , y 축으로 $-2p$ 만큼 평행이동하면,

$$\Rightarrow y + 2p = 2(x - p) + 3$$

$$\Rightarrow y = 2x - 4p + 3$$

$$\Rightarrow -4p + 3 = -5$$

$$\therefore p = 2$$

15. 점 (x, y) 를 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동한 점을 구하면?

① $(a - x, b - y)$

② $(2a - x, 2b - y)$

③ $(3a - x, 3b - y)$

④ $(4a - x, 4b - y)$

⑤ $(5a - x, 5b - y)$

해설

점 (x, y) 를 점 (a, b) 에 대하여
대칭이동한 점을 (x', y') 이라고 하면

$$\frac{x + x'}{2} = a, \quad \frac{y + y'}{2} = b \text{ 이므로}$$

$$x' = 2a - x, \quad y' = 2b - y$$

$$\therefore (x', y') = (2a - x, 2b - y)$$

16. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0, 0), (2, 6), (6, 3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

17. 세 점 $(-1, 1)$, $(2, 2)$, $(6, 0)$ 을 지나는 원의 중심의 좌표는?

① $(2, 3)$

② $(-2, 3)$

③ $(2, -3)$

④ $(-2, -3)$

⑤ $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

해설

세 점 $(-1, 1)$, $(2, 2)$, $(6, 0)$ 을 지나는 원의 방정식을
 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이라 하면

이 원이 세점을 지나므로

$$(-1)^2 + 1^2 - a + b + c = 0$$

$$\therefore a - b - c = 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2^2 + 2^2 + 2a + 2b + c = 0$$

$$\therefore 2a + 2b + c = -8 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$6^2 + 6a + c = 0$$

$$\therefore 6a + c = -36 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$a = -4, b = 6, c = -12$$

즉, $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ 이므로

표준형으로 나타내면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

따라서, 원의 중심의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.

18. 다음의 x, y 에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을 나타내지 않은 것은?

① $x^2 + y^2 + x + 2y + 1 = 0$

② $x^2 + y^2 + x + 2y + 2 = 0$

③ $x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

해설

① $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}$

② $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = -\frac{3}{4}$

③ $(x + 1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

④ $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$

⑤ $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$

19. 중심이 직선 $y = x + 3$ ($x > 0$) 위에 있고, 점 $(1, 2)$ 를 지나며 또 x 축에 접하는 원의 반지름은?

① 2

② 5

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

중심을 $(a, a + 3)$ 이라 하면 반지름이
 $a + 3$ 이므로 원의 방정식은

$$(x - a)^2 + (y - a - 3)^2 = (a + 3)^2 \dots\dots \textcircled{7}$$

⑦이 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$(1 - a)^2 + (2 - a - 3)^2 = (a + 3)^2 \Rightarrow a^2 - 6a - 7 = 0$$

$$\Rightarrow (a + 1)(a - 7) = 0$$

$$\Rightarrow a = 7 \quad (\because x > 0 \Rightarrow a > 0)$$

$$\therefore \text{반지름} : a + 3 = 7 + 3 = 10$$

20. 두 원 O와 O'의 반지름의 길이가 각각 5 cm, 12 cm 이고 중심거리가 13 cm 일 때, 두 원의 공통현의 길이는?

① $\frac{60}{13}$

② $\frac{90}{13}$

③ $\frac{120}{13}$

④ $\frac{150}{13}$

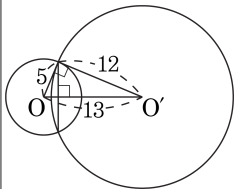
⑤ $\frac{180}{13}$

해설

다음 그림처럼 공통현의 길이를 x 라 하면
 $\triangle OO'A$ 는 직각삼각형이므로

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 \times \frac{x}{2}$$

$$\therefore x = \frac{120}{13}$$



21. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, k 의 값의 범위는?

① $-2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$

② $-3\sqrt{5} < k < 3\sqrt{5}$

③ $-4\sqrt{5} < k < 4\sqrt{5}$

④ $k < -\sqrt{5}$ 또는 $k > \sqrt{5}$

⑤ $k < -2\sqrt{5}$ 또는 $k > 2\sqrt{5}$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 2 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} < 2 \quad \therefore -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$$

22. 원 $x^2 + y^2 = 13$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 방정식은 $ax + by = 13$ 이다. $a + b$ 의 값은?

① -13

② -1

③ 0

④ 4

⑤ 5

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$2x + 3y = 13$ $a = 2, b = 3 \quad \therefore a + b = 5$

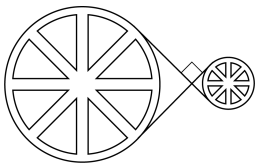
23. 세 점 $A(-1, 1)$, $B(1, -1)$, $C(5, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

- ① 정삼각형
- ② $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
- ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
- ④ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ 이므로
 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6, 2 인 두 원판을 ∞ 모양으로 벨트를 채웠는데 가운데 부분이 수직으로 만난다고 한다. 이 벨트의 길이를 $a + b\pi$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구 하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

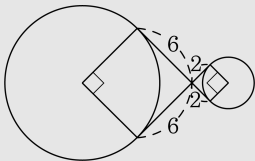
두 원의 내접선의 길이는 다음 그림에서 $6 + 2 = 8$ 이다.

$\therefore$ 벨트의 길이는

$$2 \times 8 + \pi \times 2 \times 6 \times \frac{270}{360} + \pi \times 2 \times 2 \times \frac{270}{360}$$

$$= 16 + 12\pi$$

$$\therefore a + b = 28$$



25. 좌표평면 위의 원점을 O 라 하고 원 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP} = d$ 라 할 때, d 가 정수가 되도록 하는 점 P 의 개수를 구하면?

▶ 답 :

개

▷ 정답 : 8개

해설

원 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$ 을

표준형으로 고치면 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 2^2$

중심이 (4, 3) 이고 반지름의 길이가 2 인 원이다.

그림으로 나타내면 다음과 같다.

원 밖의 점 (0, 0) 에서 원의 중심 (4, 3)까지의

거리가 $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이므로 점 P 가

원 위를 움직일 때, d 의 값은 직선 OP 가

원의 중심을 지날 때, 최솟값 $d = 5 - 2 = 3$

과

최대값 $d = 5 + 2 = 7$ 을 가진다.

따라서 $3 \leq d \leq 7$ 가 되고,

$d = 3, d = 4, d = 5, d = 6, d = 7$ 일 때

정수가 되는 데 $d = 4, d = 5, d = 6$ 이 되는

점 P 는 두 개씩이 있으므로

$1 + 2 + 2 + 2 + 1 = 8$ 모두 8 개이다.

