

1. 두 점 A(1, 2), B(-2, 6) 사이의 거리는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{1 - (-2)^2 + (2 - 6)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} \\ &= 5\end{aligned}$$

2. 두 점 A(2, 3), B(4, 1) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 에 대하여 원점 O 에서 점 P 까지의 거리는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 2

해설

x 축 위의 점 P 의 좌표를 $P(a, 0)$ 이라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(2-a)^2 + (3-0)^2 = (4-a)^2 + (1-0)^2$$

$$a^2 - 4a + 13 = a^2 - 8a + 17, 4a = 4, a = 1 \therefore \overline{OP} = 1$$

3. 두 점 A $(-1, 3)$, B $(6, -2)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 3 : 2로 내분하는 점의 좌표는?

- ① $P\left(-\frac{6}{5}, 0\right)$ ② $P\left(\frac{16}{5}, \frac{4}{5}\right)$ ③ $P\left(\frac{16}{5}, -\frac{1}{5}\right)$
④ $P\left(\frac{3}{5}, 0\right)$ ⑤ $P\left(\frac{16}{5}, 0\right)$

해설

내분점의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{3 \times 6 + 2 \times (-1)}{3 + 2} = \frac{16}{5}$$

$$y = \frac{3 \times (-2) + 2 \times 3}{3 + 2} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\therefore P\left(\frac{16}{5}, 0\right)$$

4. 세 점 A(1, -1), B(2, 1), C(3, 3)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표는?

① (1, 1)

② (2, 1)

③ (3, 1)

④ (0, 1)

⑤ (2, 2)

해설

$$\text{무게중심 } G\left(\frac{1+2+3}{3}, \frac{-1+1+3}{3}\right) = (2, 1)$$

5. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{4}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

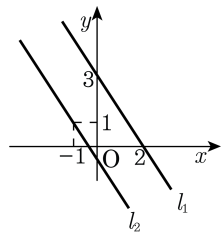
해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

6. 다음 두 직선 l_1, l_2 가 서로 평행할 때, 직선 l_2 의 기울기는?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

l_1 직선의 x 절편, y 절편이 각각 (2, 0), (0, 3) 이므로,

(l_1 의 기울기) $= -\frac{3}{2}$ 이다.

두 직선 l_1, l_2 가 서로 평행하므로

(l_2 의 기울기) $= -\frac{3}{2}$

7. $m > 0$ 이고, 두 점 $(m, 3)$, $(1, m)$ 이 기울기가 m 인 직선 위에 있을 때, m 은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

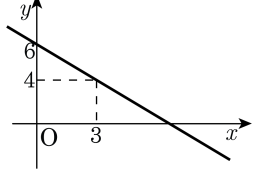
⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$\text{기울기} = \frac{m-3}{1-m} = m, m^2 = 3$$

$$\therefore m = \sqrt{3} (\because m > 0)$$

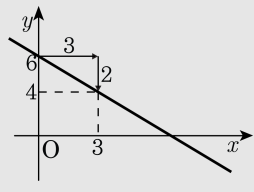
8. 다음 그림의 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $3a + b$ 의 값을 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : $3a + b = 4$

해설



(기울기) $= -\frac{2}{3}$ 이므로 $a = -\frac{2}{3}$

y절편이 6이므로 $b = 6$

따라서 $3a + b = 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 6 = 4$

9. 세 점 $A(-1, 4)$, $B(0, 1)$, $C(a, -5)$ 가 한 직선 위에 있도록 a 의 값을 정하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

한 직선위에 있으려면 기울기가 같아야 한다.

$$\therefore \frac{4-1}{-1-0} = \frac{1-(-5)}{0-a}$$

$$\Rightarrow a = 2$$

10. $3x + 4y - 2 = 0$ 에 수직이고, 점 $(1, 2)$ 를 지나는 직선의 기울기와 y 절편의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $3x + 4y - 2 = 0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \text{ 에서 } -\frac{3}{4}$$

따라서 이 직선의 수직인 직선의 기울기는 $\frac{4}{3}$ 이다.

$$y - 2 = \frac{4}{3}(x - 1)$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = 2$$

11. 직선 $(a-2)y = 3(a-1)x - 1$ 이 실수 a 의 값에 관계없이 반드시 지나는 사분면은?

- ① 제 1사분면
② 제 1사분면 또는 제 2사분면
③ 제 2사분면
④ 제 3사분면
⑤ 제 4사분면

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면

$$(3x-y)a - 3x + 2y - 1 = 0$$

따라서, $3x-y=0$, $-3x+2y-1=0$ 에서

$$x = \frac{1}{3}, y = 1$$

주어진 직선은 항상 제 1 사분면 위의 점 $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ 을 지난다.

12. 중심이 원점이고, 반지름의 길이가 3 인 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 3$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3^2$

④ $x^2 + y^2 = 3^2$

⑤ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3$

해설

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2 \Rightarrow \therefore x^2 + y^2 = 9$$

13. 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$ 이 나타내는 도형을 바르게 설명한 것을 고르면?

- ① 중심 (1, 2) 이고 반지름이 1 인 원
- ② 중심 (1, -2) 이고 반지름이 1 인 원
- ③ 중심 (-1, 2) 이고 반지름이 1 인 원
- ④ 중심 (1, -2) 이고 반지름이 2 인 원
- ⑤ 중심 (1, 2) 이고 반지름이 2 인 원

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 &= 0 \\ \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 &= 1 \\ \therefore \text{중심은 } (1, -2) \text{ 이고, 반지름이 } 1 \text{ 인 원}\end{aligned}$$

14. 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 점(2, 1)이 점 $(1, b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(2, 1)$ 이 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 옮겨진 점이 $(1, b)$ 이므로

$$2+a=1, 1+4=b$$

$$\therefore a=-1, b=5$$

$$\therefore a+b=4$$

15. 점 $(2, 3)$ 을 x 축, y 축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 P, Q 라 할 때, 점 P, Q 의 좌표는?

① $P(2, 3), Q(-2, 3)$

② $P(2, -3), Q(2, 3)$

③ $P(2, -3), Q(-2, 3)$

④ $P(-2, 3), Q(2, -3)$

⑤ $P(3, -2), Q(-3, 2)$

해설

점 (x, y) 를

1) x 축에 대하여 대칭이동하면 : $(x, -y)$

2) y 축에 대하여 대칭이동하면 : $(-x, y)$

3) 원점에 대하여 대칭이동하면 : $(-x, -y)$

4) 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면

: (y, x)

점 $(2, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점

: $P(2, -3)$

점 $(2, 3)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한점

: $Q(-2, 3)$

16. 점 $(2, 4)$ 를 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(1, -1)$

② $(2, 0)$

③ $(4, 3)$

④ $(6, 4)$

⑤ $(7, 5)$

해설

점 $(2, 4)$ 를 직선 $x = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(2 \cdot 3 - 2, 4)$

즉, $(4, 4)$

점 $(4, 4)$ 를 다시 x 축의 방향으로 2 만큼

평행이동한 점의 좌표는 $(4 + 2, 4)$

즉, $(6, 4)$

17. 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 의 중심이 $(4,-2)$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

원의 반지름의 길이를 r 라 하면 중심이 $(4,-2)$ 이므로

$$(x-4)^2+(y+2)^2=r^2$$

$$x^2+y^2-8x+4y+20-r^2=0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이때, 원 $\textcircled{1}$ 과 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 이 같으므로

$$-2k=-8, \quad k=4$$

$$3k=20-r^2$$

$$\therefore k=4, \quad r=2\sqrt{2} (\because r>0)$$

따라서, 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$

18. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$ 이
반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수 k 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x - k)^2 + (y + k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

반지름의 길이가 1 이므로

$$\textcircled{1} \text{에서 } -k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0, (k - 1)(k - 3) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

따라서 합은 4이다.

19. 방정식 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + k + 10 = 0$ 이 원을 나타내도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < 3$

② $k > 3$

③ $0 < k < 3$

④ $k > 2$

⑤ $k < 2$

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + k + 10 = 0$ 을 완전제곱식으로

나타내면 $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 3 - k$

원이 되려면 반지름이 0 보다 커야 하므로

$\sqrt{3 - k} > 0, 3 - k > 0 \quad \therefore k < 3$

20. 중심의 좌표가 (3, 4) 이고 x 축에 접하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP}$ 의 최댓값은? (단, O 는 원점)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

이 원의 방정식은 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4^2$

다음 그림과 같이 원의 중심을 C 라 하면

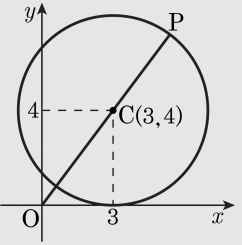
원점과 중심을 지나는 직선이 원과 만나

는

두 점 중 한 점을 P 라 할 때,

$\overline{OP}$ 가 최대이다.

$\therefore \overline{OP} = \overline{OC} + 4 = \sqrt{3^2 + 4^2} + 4 = 9$



21. 두 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 의 공통접선의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에서 이 원의 중심을 C_1 이라

하면 점 C_1 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고

반지름의 길이는 1 이다.

$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 에서

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 16$ 이므로

이 원의 중심을 C_2 이라 하면

점 C_2 의 좌표는 $(3, 3)$ 이고

반지름의 길이는 4 이다.

$\overline{C_1 C_2} = 5$ 이고

두 원의 반지름의 길이는 1, 4 이므로

두 원은 서로 외접하게 된다.

따라서 공통접선은 3 개이다.

22. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 $(1, \sqrt{3})$ 에 접하는 접선의 방정식은?

- ① $x + \sqrt{2}y = 4$ ② $x + \sqrt{3}y = 4$ ③ $\sqrt{2}x + y = 4$
④ $\sqrt{3}x + y = 4$ ⑤ $x - \sqrt{3} = 4$

해설

$(1, \sqrt{3})$ 이 원 위의 점이므로

$$1 \cdot x + \sqrt{3} \cdot y = 4$$

$$\therefore x + \sqrt{3}y = 4$$

23. 기울기가 -1 이고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = -x \pm 2$

② $y = -x \pm 3$

③ $y = -x \pm 4$

④ $y = -x \pm 2\sqrt{2}$

⑤ $y = -x \pm 4\sqrt{2}$

해설

구하는 직선의 기울기는 -1 이므로

$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$ 에서

$y = -x \pm 2\sqrt{1+1}$

$\therefore y = -x \pm 2\sqrt{2}$

24. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선 $y=x$ 위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$
 $\therefore x-y = b-a \cdots \textcircled{1}$

(2) 직선 PQ 는 직선 $y=x$ 에 수직이므로 $\frac{y-b}{x-a} = -1$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면 $x = \frac{a+b}{2}, y = \frac{a-b}{2}$ 이다.

- ▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

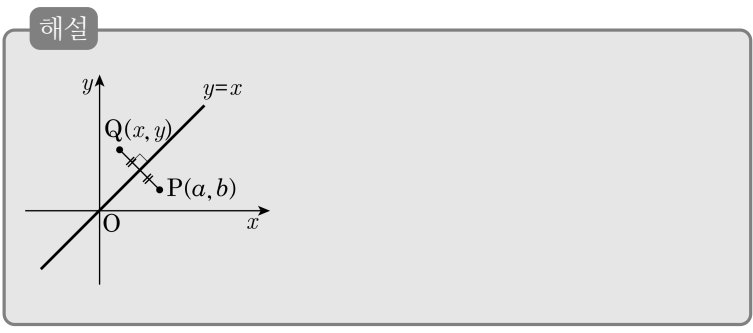
▶ 답 :

▶ 정답 : $y = x$

▶ 정답 : -1

▶ 정답 : b

▶ 정답 : a



25. xy 평면 위의 세 개의 직선 $l_1 : x - y + 2 = 0, l_2 : x + y - 14 = 0, l_3 : 7x - y - 10 = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형에 내접하는 원의 중심이 (a, b) , 반지름이 r 일 때, $a + b + r^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

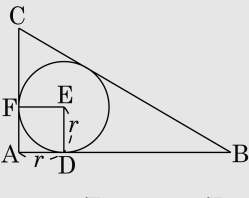
해설

세 직선의 교점을 각각 A, B, C 라 하자. 세 직선 중 두 개의 직선을 각각 연결하여 세 점의 좌표를 구한다.

$A = (6, 8) \quad B = (2, 4) \quad C = (3, 11)$

$\overline{AB} = 4\sqrt{2}, \overline{BC} = 5\sqrt{2}, \overline{CA} = 3\sqrt{2}$

즉, $\angle CAB = 90^\circ$ 인 직각 삼각형이다.



$\Rightarrow 3\sqrt{2} - r + 4\sqrt{2} - r = 5\sqrt{2} \therefore r = \sqrt{2}$

$\therefore$ 점 D는 $\overline{AB}$ 의 1 : 3 의 내분점이므로,

$D = \left(\frac{2+18}{4}, \frac{4+24}{4} \right) = (5, 7)$

점 F 는 $\overline{AC}$ 의 1 : 2 의 내분점이므로,

$F = \left(\frac{3+12}{3}, \frac{11+16}{3} \right) = (5, 9)$

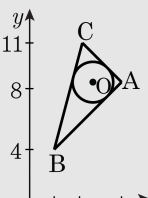
$\square ADEF$ 는 정사각형이므로 $\overline{AF} \parallel \overline{DE}$ 이다.

점 A 에서 점 F 로의 이동이 x 축으로 -1 , y 축으로 $+1$ 만큼 평행이동이고,

점 D 에서 점 E 로의 이동도 마찬가지이다.

$\therefore E = (5-1, 7+1) = (4, 8) \Rightarrow a+b+r^2 = 4+8+(\sqrt{2})^2 = 14$

해설



직선들의 세 교점을 각각 A, B, C 라고 하고 이들의 좌표를 구해보면 $A(6, 8), B(2, 4), C(3, 11)$

원의 중심의 좌표 $O(a, b)$ 이므로

$2 < a < 6, 4 < b < 11 \dots \textcircled{1}$

원의 중심으로부터 각 직선에 이르는 거리는 같으므로

$\frac{|a-b+2|}{\sqrt{2}} = \frac{|a+b-14|}{\sqrt{2}} = \frac{|7a-b-10|}{5\sqrt{2}} = r \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $\textcircled{1}$ 의 조건을 만족시키는 a, b 의 해는

$a = 4, b = 8$ 이고

다시 $\textcircled{2}$ 에 대입하면, $r = \sqrt{2}, \therefore a+b+r^2 = 14$