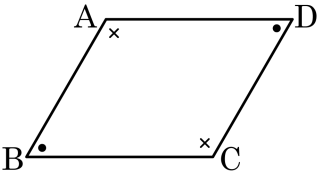
1. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 $\square ABCD$ 에서

$\angle A = \angle C = a$

$\angle B = \angle D = b$ 라 하면

$2a + 2b = 360°$

$\therefore\ a + b = 180°$

동측내각의 합이 $\boxed{}$ 이므로

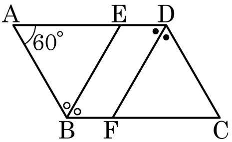
$\therefore\ \overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

① $45°$ ② $60°$ ③ $90°$ ④ $180°$ ⑤ $360°$

해설

동측내각의 합이 $180°$ 이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

2. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



① $60°$ ② $80°$ ③ $100°$

④ $120°$ ⑤ $140°$

해설

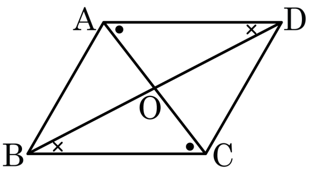
사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$

$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.

사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$

$\therefore \angle BFD = 120°$

3. 다음은 ‘평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.’ 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$

[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서

$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

③ □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

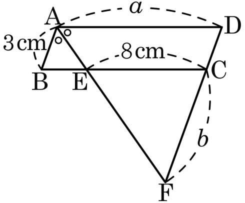
④ □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

⑤ □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{AD}$, $\overline{CD} \,/\!/\, \overline{BC}$

해설

□ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 를 가정하여 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 를 증명하는 과정이다.

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?

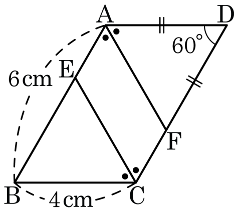


① 19cm ② 20cm ③ 21cm
④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)
$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8\text{cm}$
$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로
$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11\text{cm}$
$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\text{cm})$

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm　　② 12 cm　　③ 14 cm

④ 16 cm　　⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로

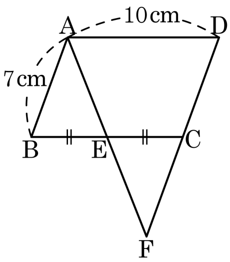
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\,(\text{cm})$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\,(\text{cm})$ 이다.

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

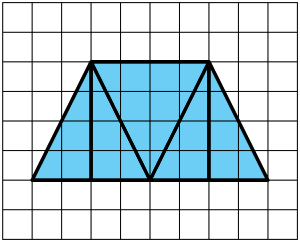
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\text{cm})$

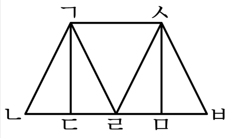
7. 다음 그림에서 평행사변형을 모두 몇 개나 찾을 수 있는가?



① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

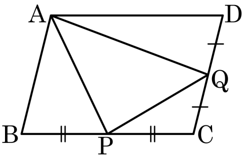
위의 그림을 다음과 같이 기호를 붙여보자.



평행사변형이 되는 사각형은

□ㄱㄴㄹㅇ, □ㄱㄹㅂㅇ, □ㄱㄷㅁㅇ 즉 3 개이다.

8. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 84\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?



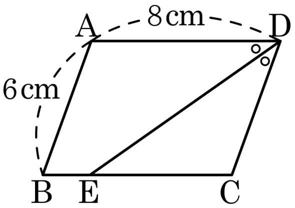
① 29.5cm^2 ② 30cm^2 ③ 30.5cm^2

④ 31cm^2 ⑤ 31.5cm^2

해설

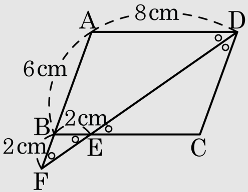
$$\begin{aligned}\triangle APQ &= \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ \\ &= 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{8} \times 84 \\ &= 84 - 21 - 21 - 10.5 \\ &= 31.5\ (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

9. □ABCD는 $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{AD}=8\text{cm}$인 평행사변형이고, $\overline{DE}$는 $\angle D$의 이등분선일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하면?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

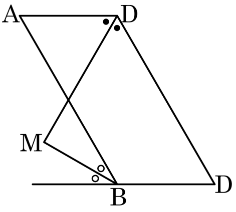
해설



$\overline{DF}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 F라 하자. 그러면 $\triangle AFD$는 $\angle ADF=\angle AFD$이므로 이등변삼각형이 되므로 $\overline{AD}=\overline{AF}=8\text{cm}$, $\overline{BE}=8-6=2(\text{cm})$, $\overline{BE}=\overline{BF}=2\text{cm}$이다.

$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=6\text{cm}$이다.

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$D 의 이등분선과 $\angle$B 의 외각의 이등분선의 교점을 M 이라고 할 때, $\angle D = 110°$ 이면 $\angle$DMB 의 크기는?



① 80° ② 85° ③ 90°

④ 95° ⑤ 100°

해설

$\overline{BC}$, $\overline{DM}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 하고 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DM}$ 의 교점을 Q 라고 하면

$\angle D = \angle B$ 이므로

$\angle D + \angle ABP = 180°$, $\angle ABP = 180° - 110° = 70°$, $\angle QBM = 35°$,

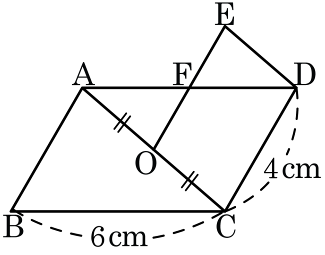
$\angle MDC = \angle MQB = 55°$ (동위각)

즉, $\triangle MBQ$ 에서

$$\begin{aligned} \angle QMB &= 180° - (\angle MQB + \angle QBM) \\ &= 180° - 90° \\ &= 90° \end{aligned}$$

$\therefore\ \angle DMB = 90°$

11. 주어진 그림에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점이고, $\square ABCD, \square OCDE$ 는 모두 평행사변형이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}, \overline{BC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF} + \overline{OF}$ 의 길이를 구하여라.



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

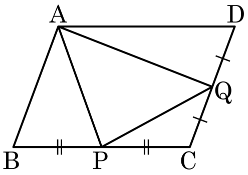
$\triangle AOF \equiv \triangle DEF$(ASA 합동) 이므로

$\overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AD}$

$\overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{CD}$

$\overline{AF} + \overline{OF} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{OE}) = \frac{1}{2}(6 + 4) = 5(\text{cm})$

12. 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 변 BC, CD 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 64cm^2 일 때, △APQ 의 넓이는?



① 16cm^2 ② 20cm^2 ③ 24cm^2

④ 28cm^2 ⑤ 32cm^2

해설

$$\triangle ABP = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 64 = 16\ (\text{cm}^2)$$

$$\triangle AQD = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 64 = 16\ (\text{cm}^2)$$

$$\triangle PCQ = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 64 = 8\ (\text{cm}^2)$$

$$\triangle APQ = 64 - (16 + 16 + 8) = 24\ (\text{cm}^2)$$