

1. 두 점 $A(1, 4)$, $B(3, 2)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 x 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

점 P 의 좌표를 $(x, 0)$ 이라 하면,

($\because$ x 축 위의 점은 $y = 0$)

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(x-1)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-3)^2 + 2^2}$$

양변을 제곱하여 x 의 값을 구하면

$$x^2 - 2x + 1 + 16 = x^2 - 6x + 9 + 4 \therefore x = -1$$

그러므로 구하는 점 P 의 좌표는 $(-1, 0)$

2. 직선 $x + y = 2$ 위에 있고, 두 점 $A(2, 3)$, $B(3, 2)$ 에 이르는 거리가 같은 점 P 의 좌표는?

① $(0, 2)$

② $(1, 1)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, -1)$

⑤ $(4, -2)$

해설

점 P 의 좌표를 $P(a, 2 - a)$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{PA} &= \sqrt{(a - 2)^2 + (2 - a - 3)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 2a + 5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{PB} &= \sqrt{(a - 3)^2 + (2 - a - 2)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 6a + 9}\end{aligned}$$

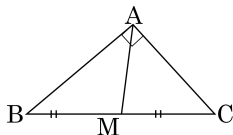
그런데 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서

$$2a^2 - 2a + 5 = 2a^2 - 6a + 9$$

$$4a = 4 \text{ 에서 } a = 1$$

$$\therefore P(1, 1)$$

3. 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{가} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{나}^2 \right)$$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$$\boxed{나} = \boxed{다} \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= \boxed{가} \left(\boxed{라} \overline{BC}^2 \right) \\ &= \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

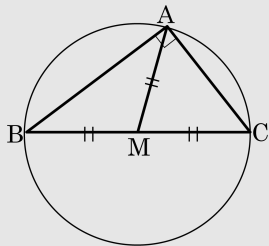
- ① 3, $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ② 4, $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$
 ③ 2, $\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ ④ 2, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$
 ⑤ $\frac{16}{5}$, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{AM}^2 \right)$$

이 때, $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.



$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} \text{ 이므로 } \boxed{AM} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2 \left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4} \right) \\ &= \boxed{2} \left(\boxed{\frac{1}{2}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

4. 두 점 $A(2, -5)$, $B(-1, 1)$ 에 대해서 선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점 P 의 좌표를 구하면?

① $(0, 0)$

② $(2, -1)$

③ $(1, -1)$

④ $(0, -1)$

⑤ $(1, 0)$

해설

내분점 공식을 이용하면,

$$P = \left(\frac{2 \times (-1) + 1 \times 2}{2 + 1}, \frac{2 \times 1 + 1 \times (-5)}{2 + 1} \right)$$

$\therefore (0, -1)$

5. 세 점 $A(2, 4), B(-2, 0), C(3, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표는?

- ① $(0, 1)$ ② $(1, 1)$ ③ $(1, 2)$ ④ $(2, 1)$ ⑤ $(0, 1)$

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

$$\left(\frac{2 + (-2) + 3}{3}, \frac{4 + 0 + 2}{3} \right) = (1, 2)$$

6. 기울기가 3 이고 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

기울기가 3 이고 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = 3(x + 2) + 3 = 3x + 9$$

따라서 $a = 3, b = 9$

$$\therefore a + b = 12$$

7. x 절편이 3이고 y 절편이 2인 직선의 방정식은?

① $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

② $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} = 1$

③ $\frac{x}{-3} + \frac{y}{3} = 1$

④ $y = 2x + 1$

⑤ $y = 3x + 2$

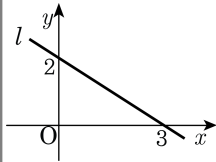
해설

$$\text{기울기} = -\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$\frac{2}{3}x + y = 2$$

$$\therefore \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$



8. 두 직선 $(a-2)x + 3y - 1 = 0$, $ax - y + 3 = 0$ 이 서로 수직일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -1

▷ 정답: 3

해설

$$(a-2)a + 3(-1) = 0$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0, (a-3)(a+1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } 3$$

9. 두 그래프 $kx + y = -3$ 과 $2x + (k-1)y = 6$ 이 만나지 않을 때, 상수 k 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

두 그래프가 만나지 않으므로,

$$\text{연립방정식} \begin{cases} kx + y = -3 & \cdots \text{㉠} \\ 2x + (k-1)y = 6 & \cdots \text{㉡} \end{cases} \text{의 해는 없다.}$$

즉, 위의 방정식을 x 에 대하여 정리하면

$$\text{㉠} \times (k-1) - \text{㉡} \text{에서 } (k^2 - k - 2)x = -3(k+1)$$

$$\therefore (k-2)(k+1)x = -3(k+1)$$

여기서, $k=2$ 이면 $0 \cdot x = -9$ 이므로

연립방정식의 해가 없다.

따라서 구하는 k 의 값은 $k=2$

(다른 풀이) 두 직선이 평행하기 위한 조건은

$$\frac{2}{k} = \frac{k-1}{1} = \frac{6}{-3}$$

$$\therefore k=2$$

10. 점 $(4, 5)$ 와 직선 $3x - 4y - 2 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\text{거리 } d &= \frac{|3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 - 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \\ &= \frac{10}{5} = 2\end{aligned}$$

11. 두 직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 과 $4x + 3y + 5 = 0$ 과의 거리를 d 라 할 때 $5d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 위의 한 점 이를테면
(1, -1) 로부터 직선 $4x + 3y + 5 = 0$ 에
이르는 거리를 구하면 되므로

$$\frac{|4 \times 1 + 3 \times (-1) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 5d = 5 \times \frac{6}{5} = 6$$

12. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$ 은 어떤 도형을 나타내는가?

- ① 중심이 (2, 1) 이고 반지름의 길이가 1 인 원
- ② 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ③ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ④ 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원
- ⑤ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원

해설

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$$

$\therefore$ 중심은 (2, -1) 이고,
반지름은 4 이다.

13. 방정식 $x^2 + y^2 + 2x = 0$ 이 나타내는 도형의 넓이를 구하면?

① 3π

② 2π

③ π

④ $\frac{1}{2}\pi$

⑤ $\frac{1}{3}\pi$

해설

(준식) : $(x + 1)^2 + y^2 = 1$

중심 $(-1, 0)$, 반지름의 길이가 1 인 원이므로 넓이는 π

14. 점 (5, 1)과 (-1, 7)을 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 12$

② $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 15$

③ $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$

④ $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 21$

⑤ $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 25$

해설

두 점의 중점을 C라 하면 C(2, 4)

구하는 원의 반지름의 길이는

$$r = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (4 - 7)^2} = \sqrt{18}$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$$

15. 방정식 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은? (단, a, b, c 는 모두 0 이 아니다.)

① $b^2 - 4c = 0$

② $b^2 + 4c = 0$

③ $a^2 - 4c = 0$

④ $a^2 + b^2 - 4c = 0$

⑤ $a^2 + b^2 + 4c = 0$

해설

주어진 방정식과 y 축과의 교점을 구하려면,
주어진 방정식에 $x = 0$ 을 대입하면 되므로

$$y^2 + by + c = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

원이 y 축과 접하려면 $\textcircled{7}$ 의

식이 중근을 가져야 하므로 판별식 $D = 0$

$$\therefore D = b^2 - 4c = 0$$

16. 점 $(3, -4)$ 를 점 $(0, 2)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2, -3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(5, -9)$

② $(3, -7)$

③ $(1, -5)$

④ $(-1, 3)$

⑤ $(-3, 5)$

해설

$(3, -4)$ 를 $(0, 2)$ 로 옮기는 평행이동은
 x 축으로 -3 , y 축으로 $+6$ 만큼 이동을 한다.
따라서 점 $(2, -3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표는
 $(2 - 3, -3 + 6) = (-1, 3)$

17. 점 P (3, -4)를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P' 이라 할 때, 선분 PP' 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 P(3, -4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점 P' 의 좌표는 (3, 4) 이므로

$$\overline{PP'} = \sqrt{(3-3)^2 + (-4-4)^2} = 8$$

18. 좌표평면 위의 점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 A' 을 다시 원점에 대하여 대칭이동한 점을 A'' 이라고 할 때, 점 A'' 은 점 A 를 어떻게 이동한 것과 같은가?

- ① 원점에 대한 대칭이동
- ② x 축에 대한 대칭이동
- ③ y 축에 대한 대칭이동
- ④ 직선 $y = x$ 에 대한 대칭이동
- ⑤ 직선 $y = -x$ 에 대한 대칭이동

해설

점 A 를 (x, y) 라 하면,
 A' 는 (y, x) , A'' 는 $(-y, -x)$ 라 할 수 있다.
따라서 점 A'' 은 점 A 를
직선 $y = -x$ 에 대해 대칭이동시킨 것과 같다.

19. 방정식 $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$ 이 나타내는 원의 중심이 $(-2, -3)$ 일 때, 상수 A, B 의 값과 반지름의 길이를 바르게 나열한 것은?

① 2, 3, $\sqrt{2}$

② 3, 7, 5

③ 4, 4, $\sqrt{9}$

④ 4, 6, $\sqrt{13}$

⑤ 5, 9, 11

해설

중심이 $(-2, -3)$ 이고 반지름의 길이가

r 인 원의 방정식은

$$(x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - r^2 = 0$$

이것이 $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$ 과 일치해야 하므로

$$A = 4, B = 6, 13 - r^2 = 0$$

$$13 - r^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$r = \sqrt{13} \quad (\because r > 0)$$

따라서, $A = 4, B = 6$ 이고

반지름의 길이는 $\sqrt{13}$ 이다.

20. 세 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$ 을 지나는 원의 방정식이 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ (단, $r > 0$)라고 할 때, $a + b + r$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

구하는 원의 방정식을

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓는다.

세 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$ 은

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

위의 점이므로 등식이 성립한다.

따라서 세 점을 대입한 식을 연립시키면

구하는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 이다.

$x^2 + y^2 - 2x = 0$ 을 정리하면

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ 이다.

따라서 $a = 1$, $b = 0$, $r = 1$ 이므로

$a + b + r = 2$ 이다.

21. 두 점 A(-1, 0), B(2, 0) 으로부터 거리의 비가 2 : 1 인 점 P 의 자취는 어떤 원을 나타낸다. 이 때, 이 원의 반지름의 길이는?

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ 4

해설

조건을 만족시키는 점 P 의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$$

$$2\overline{BP} = \overline{AP}$$

$$\therefore 4\overline{BP}^2 = \overline{AP}^2$$

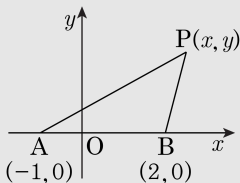
$$\text{그런데 } \overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$4\{(x-2)^2 + y^2\} = \{(x+1)^2 + y^2\}$$

$$\text{정리하면 } (x-3)^2 + y^2 = 4$$

따라서 원의 반지름은 2 이다.



22. 두 원 $x^2 + y^2 = a^2$, $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$ 가 만나지 않을 조건은?
(단, $a > 0$)

① $0 < a < 3$

② $3 < a < 7$

③ $a > 7$

④ $0 < a < 3$ 또는 $a > 7$

⑤ $2 < a < 7$ 또는 $a > 7$

해설

두 원의 중심이 각각 $(0, 0)$, $(3, -4)$ 이므로

두 원의 중심거리 d 는 $d = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$

(i) 두 원이 서로 외부에 위치할 때

$$d = 5 > a + 2$$

$$\therefore 0 < a < 3$$

(ii) 한 원이 다른 원의 내부에 위치할 때

$$d = 5 < |a - 2|$$

$$\therefore a > 7 (\because a > 0)$$

(i), (ii) 에서 $0 < a < 3$ 또는 $a > 7$

23. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하고 기울기가 $-\sqrt{3}$ 인 직선의 방정식을 구하면?

① $y = -\sqrt{2}x \pm 1$

② $y = -\sqrt{2}x \pm 5$

③ $y = -\sqrt{3}x \pm 4$

④ $y = -\sqrt{3}x \pm 9$

⑤ $y = -\sqrt{5}x \pm 6$

해설

구하는 접선의 방정식은

$$y = (-\sqrt{3})x \pm 2\sqrt{1 + (-\sqrt{3})^2}$$

$$\therefore y = -\sqrt{3}x \pm 4$$

24. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

- (i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$
즉, $(5, 9)$
- (ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$
- (i), (ii)로부터 $2b - 1 = 9 \quad \therefore b = 5$

25. 점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한

점 Q 는 Q (2, -1)

또, 점 P (2, 1) 을 원점에 대하여 대칭이동한 점 R 는 R (-2, -1)

따라서, 다음 그림에서 세 점

P (2, 1), Q (2, -1), R (-2, -1) 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

