1. 수직선 위의 두 점 $\mathrm{P}(2)$, $\mathrm{Q}(x)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}} = 3$이고, x의 값을 α, β라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

ⅰ) $x > 2$일 때, $x - 2 = 3 \quad \therefore \; x = 5$

ⅱ) $x < 2$일 때, $2 - x = 3 \quad \therefore \; x = -1$

따라서 α, β의 값은 -1 또는 5

$\therefore \; \alpha^2 + \beta^2 = 26$

2. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$\mathrm{A}(\sqrt{5}-1, 1-\sqrt{2}),\ \mathrm{B}(\sqrt{5}, 1+\sqrt{2})$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{5}+1)^2+(1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2}$
$= \sqrt{1+8} = 3$

3. 세 점 $A(-1,-1)$, $B(1,-5)$, $C(3,1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?

① 이등변삼각형이다.

② 정삼각형이다.

③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.

④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.

⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$\overline{AB} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$

$\overline{AC} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

$\overline{BC} = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10}$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

4. 두 점 A $(1,-5)$, B $(6,5)$를 잇는 선분 AB를 $2:3$으로 내분하는 점 P (x,y)의 좌표는?

① $(3,-1)$ ② $(3,2)$ ③ $(1,3)$
④ $(2,2)$ ⑤ $(2,1)$

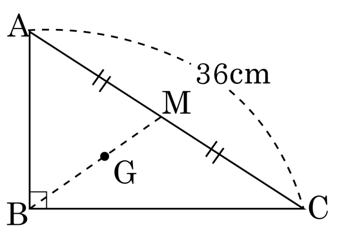
해설

공식에 의하여

$$\left(\frac{2\times6+3\times1}{2+3},\ \frac{2\times5+3\times(-5)}{2+3}\right)$$

$= (3,-1)$

5. $\triangle ABC$는 직각삼각형이고 $\overline{AC}$의 중점을 M, 무게중심을 G라 할 때, $\overline{BG}$의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 12 cm

해설

$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 빗변의 중점 M은
$\triangle ABC$의 외심이다.
따라서 $\overline{MA} = \overline{MC} = \overline{MB} = 18$
한편, G는 무게중심이므로
$\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BM} = 12(\text{cm})$

6. 다음 중 점 $(2,\ -4)$ 를 지나고, 기울기가 -3 인 직선 위에 있는 점은?

① $(-2,\ 5)$　② $(-1,\ 3)$　③ $(1,\ 2)$
④ $(3,\ -8)$　⑤ $(4,\ -10)$

해설

점 $(2,\ -4)$ 를 지나고
기울기가 -3 인 직선의 방정식은 $y+4=-3(x-2)$
$\therefore y=-3x+2$
따라서, 직선 $y=-3x+2$ 위의 점은
$(4,\ -10)$ 이다.

7. x축의 양의 방향과 $60°$의 각을 이루고, 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선의 y절편은?

① $3-2\sqrt{3}$ ② $3+2\sqrt{3}$ ③ $-3-2\sqrt{3}$
④ $-3+3\sqrt{3}$ ⑤ $3-3\sqrt{3}$

해설

x축과 $60°$의 각을 이루므로
기울기는 $\tan 60° = \sqrt{3}$
$\therefore y-3 = \sqrt{3}(x-2)$
$\therefore y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + 3$

8. 세 점 A$(1, 1)$, B$(4, 5)$, C$(10, a)$이 일직선 위에 있다. 이 때, 상수 a의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

직선 AB와 직선 AC가 평행이므로
두 직선의 기울기가 서로 같다.
직선 AB의 기울기 : $\frac{5-1}{4-1} = \frac{4}{3}$
직선 AC의 기울기 : $\frac{a-1}{10-1} = \frac{a-1}{9}$
$\therefore \frac{4}{3} = \frac{a-1}{9} \Rightarrow 3(a-1) = 36 \Rightarrow a = 13$

9. y 절편이 2 이고 직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{3}x - 1$ ② $y = \frac{1}{3}x - 2$ ③ $y = -3x + 2$
④ $y = 3x + 2$ ⑤ $y = -\frac{1}{3}x + 2$

해설

구하고자 하는 직선의 방정식을
$y = mx + 2$ 이라 하면,
직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직이므로,
$3 \cdot m = -1, \quad \therefore m = -\frac{1}{3}$
$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 2$

10. 점 $(2, -1)$ 과 직선 $x-y-1=0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$\therefore$ 거리 $= \frac{|2+1-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \sqrt{2}$

11. 두 직선 $4x - 3y - 4 = 0$, $4x - 3y - 2 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{5}$

해설

$4x - 3y - 4 = 0$ 의 x 절편 $(1, 0)$ 에서
$4x - 3y - 2 = 0$ 까지의 거리는
$d = \frac{|4-2|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{2}{5}$

12. 중심이 $(2, -1)$ 이고 원점을 지나는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-2)^2+(y+1)^2=5$
② $(x-1)^2+(y+1)^2=7$
③ $(x+2)^2+(y+3)^2=8$
④ $(x-1)^2+(y+2)^2=9$
⑤ $(x-2)^2+(y+1)^2=10$

해설

구하는 원의 방정식을
$(x-2)^2+(y+1)^2=r^2 \quad \cdots$ ㉠으로 놓으면
이 원이 원점 $(0, 0)$ 을 지나므로
$(0-2)^2+(0+1)^2=r^2$
$\therefore r^2=5$
이것을 ㉠에 대입하면 구하는 원의 방정식은
$(x-2)^2+(y+1)^2=5$

13. $4x^2+4y^2-20x+9=0$의 중심의 좌표 C와 반지름 r을 구하면?

① $C\left(-\frac{5}{2},\ 0\right)$, $r=2$
② $C\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$, $r=4$
③ $C\left(0,\ \frac{5}{2}\right)$, $r=4$
④ $C\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$, $r=2$
⑤ $C\left(0,\ \frac{5}{2}\right)$, $r=2$

해설

$4x^2+4y^2-20x+9=0$를 정리하면

$x^2+y^2-5x+\frac{9}{4}=0$

$\therefore\ \left(x-\frac{5}{2}\right)^2+y^2=4$

따라서 중심의 좌표는 $\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$이며

반지름은 2이다.

14. 방정식 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $\mathrm{C}(a,b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a+b+r$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2+y^2-2x+4y+1=0$

$(x-1)^2+(y+2)^2=-1+1+4$

$(x-1)^2+(y+2)^2=2^2$ 이므로

$\therefore \mathrm{C}(1,\ -2),\ r=2 \quad \therefore a+b+r=1$

15. 중심이 $y = x - 1$ 위에 있고 두 점 $(0,\ 3)$, $(4,\ 3)$ 을 지나는 원의 반지름의길이는?

① $\sqrt{5}$　② $\sqrt{6}$　③ $\sqrt{7}$　④ $2\sqrt{2}$　⑤ 3

해설

중심을 $(a,\ a-1)$, 반지름을 r이라 하면,
구하는 원의 방정식은
$(x-a)^2 + (y-a+1)^2 = r^2 \ \cdots\cdots$ ㉠
i) ㉠ 이 $(0,\ 3)$ 을 지나므로
$a^2 + (4-a)^2 = r^2$
$\Rightarrow\ 2a^2 - 8a + 16 = r^2 \cdots\cdots$ ㉡
ii) ㉠ 이 $(4,\ 3)$ 을 지나므로
$(4-a)^2 + (4-a)^2 = r^2$
$\Rightarrow\ 2a^2 - 16a + 32 = r^2 \ \cdots\cdots$ ㉢
㉡ − ㉢ : $8a - 16 = 0$
$\therefore\ a = 2$
$\therefore$ ㉡에서 $r^2 = 8 - 16 + 16 = 8$
$\therefore\ r = 2\sqrt{2} \quad (\because\ r > 0)$

16. 평행이동 $T:(x,\ y)\rightarrow(x+3,\ y+2)$ 에 의하여 점 $(-1,\ 3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표를 구하면?

① $(1,\ 3)$ ② $(4,\ 6)$ ③ $(2,\ 5)$ ④ $(3,\ 9)$ ⑤ $(5,\ 6)$

해설

평행이동 T 는 x 축의 방향으로 3 만큼,
y 축의 방향으로 2 만큼 옮기는 것이다.
구하는 점의 좌표는 $(-1+3,\ 3+2)$,
즉 $(2,\ 5)$

17. 방정식 $y = -3x + 1$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = -x + 4$ ② $y = -2x + 6$ ③ $y = -3x + 11$
④ $y = -4x + 9$ ⑤ $y = -5x + 13$

해설

$y + 2 = -3(x - 4) + 1 \quad \therefore y = -3x + 11$

18. 다음 점 $(-3, 4)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(3, -4)$ ② $(-4, 4)$ ③ $(4, -3)$
④ $(-4, 2)$ ⑤ $(-5, 0)$

해설

원점대칭은 x , y부호를 각각 반대로 해주면 된다.

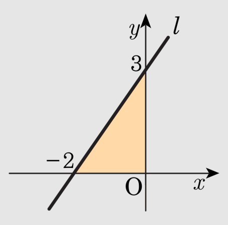
19. 직선 $3x-2y+6=0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$3x-2y+6=0$을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2}\times2\times3=3$

20. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$과 중심이 같고 점 $(2,\ 3)$을 지나는 원의 넓이는?

① 12π ② 14π ③ 16π ④ 18π ⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$을 변형하면
$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 3$이므로
원의 중심의 좌표는 $(-2,\ 1)$
따라서, 중심이 $(-2,\ 1)$이고
반지름의 길이가 r인 원의 방정식은
$(x+2)^2 + (y-1)^2 = r^2$이고,
이 원이 점 $(2,\ 3)$을 지나므로
$r = \sqrt{(2+2)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5}$
따라서, 이 원의 넓이는 $\pi r^2 = 20\pi$

21. $x^2+y^2+x-y+k=0$ 의 그래프가 원을 나타내도록 하는 상수 k 의 값의 범위는?

① $k \le \frac{1}{2}$ ② $k < \frac{1}{2}$ ③ $k > \frac{1}{2}$ ④ $k \ge \frac{1}{2}$ ⑤ $k < \frac{1}{3}$

해설

주어진 방정식을 정리하면,

$\Rightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}-k$

$\therefore$ 원이 되려면, $\frac{1}{2}-k>0 \rightarrow k<\frac{1}{2}$

22. x 축에 접하는 원 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 의 중심의 좌표가 $(3, -2)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

중심의 좌표가 $(3,\ -2)$ 인 원이 x 축에 접하므로
반지름의 길이는 2 이다.
따라서, 구하는 원의 방정식은
$(x-3)^2+(y+2)^2=2^2$
$\therefore\ x^2+y^2-6x+4y+9=0$
$\therefore\ a+b+c=-6+4+9=7$

23. 다음 두 원의 위치관계 중 서로 다른 두 점에서 만나는 경우를 모두 고른 것은?

㉠ $x^2 + y^2 = 1, \quad (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$
㉡ $(x+1)^2 + y^2 = 2, \quad x^2 + (y+3)^2 = 2$
㉢ $x^2 + y^2 = 2, \quad (x+1)^2 + (y-1)^2 = 8$
㉣ $x^2 + y^2 = 4, \quad (x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$
㉤ $x^2 + y^2 - 2x = 0, \quad x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$

① ㉠ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡

④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉤

해설

서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는
$|r - r'| < d < |r + r'|$ 이어야 한다.
㉡ 만나지 않는다.
㉢ 내접한다.
㉣ 외접한다.

24. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 $\mathrm{P}(-1, \sqrt{3})$ 에서의 접선과 직선 $y = x$ 와의 교점의 좌표는?

① $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$
② $(2\sqrt{5}, 2\sqrt{5})$
③ $(4, 4)$
④ $(2\sqrt{3}+2, 2\sqrt{3}+2)$
⑤ $(2\sqrt{3}-2, 2\sqrt{3}-2)$

해설

원 $x^2 + y^2 = 4$
위의 점 $\mathrm{P}(-1, \sqrt{3})$ 에서의 접선의 방정식은
$-x + \sqrt{3}y = 4$ 이므로 이 방정식과
$y = x$ 를 연립하면 $-x + \sqrt{3}x = 4$

$$\therefore \; x = \frac{4}{\sqrt{3}-1} = 2\sqrt{3}+2$$

따라서 구하는 교점의 좌표는
$(2\sqrt{3}+2, 2\sqrt{3}+2)$

25. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 점의 좌표는
$(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$
점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는
$(2a - 5, -2)$
이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$
$\therefore a = 2$