

1. 수직선 위의 두 점 $P(2)$, $Q(x)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = 3$ 이고, x 의 값을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

i) $x > 2$ 일 때, $x - 2 = 3 \therefore x = 5$

ii) $x < 2$ 일 때, $2 - x = 3 \therefore x = -1$

따라서 α, β 의 값은 -1 또는 5

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 26$$

2. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(\sqrt{5}-1, 1-\sqrt{2}), B(\sqrt{5}, 1+\sqrt{2})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{5}+1)^2 + (1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1+8} = 3\end{aligned}$$

3. 세 점 $A(-1, -1)$, $B(1, -5)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?

- ① 이등변삼각형이다.
- ② 정삼각형이다.
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.
- ⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ 는 $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형

4. 두 점 A (1, -5), B (6, 5)를 잇는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점 P (x, y)의 좌표는?

① (3, -1)

② (3, 2)

③ (1, 3)

④ (2, 2)

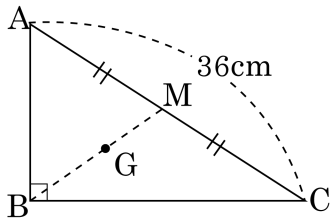
⑤ (2, 1)

해설

공식에 의하여

$$\left(\frac{2 \times 6 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 5 + 3 \times (-5)}{2 + 3} \right) \\ = (3, -1)$$

5. $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AC}$ 의 중점을 M, 무게중심을 G라 할 때, $\overline{BG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 빗변의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

따라서 $\overline{MA} = \overline{MC} = \overline{MB} = 18$

한편, G는 무게중심이므로

$$\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BM} = 12(\text{cm})$$

6. 다음 중 점 $(2, -4)$ 를 지나고, 기울기가 -3 인 직선 위에 있는 점은?

① $(-2, 5)$

② $(-1, 3)$

③ $(1, 2)$

④ $(3, -8)$

⑤ $(4, -10)$

해설

점 $(2, -4)$ 를 지나고

기울기가 -3 인 직선의 방정식은 $y + 4 = -3(x - 2)$

$$\therefore y = -3x + 2$$

따라서, 직선 $y = -3x + 2$ 위의 점은

$(4, -10)$ 이다.

7. x 축의 양의 방향과 60° 의 각을 이루고, 점 $(2, 3)$ 을 지나는 직선의 y 절편은?

① $3 - 2\sqrt{3}$

② $3 + 2\sqrt{3}$

③ $-3 - 2\sqrt{3}$

④ $-3 + 3\sqrt{3}$

⑤ $3 - 3\sqrt{3}$

해설

x 축과 60° 의 각을 이루므로

기울기는 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$$\therefore y - 3 = \sqrt{3}(x - 2)$$

$$\therefore y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + 3$$

8. 세 점 $A(1,1), B(4,5), C(10,a)$ 이 일직선 위에 있다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

직선 AB와 직선 AC가 평행이므로
두 직선의 기울기가 서로 같다.

$$\text{직선 AB의 기울기} : \frac{5-1}{4-1} = \frac{4}{3}$$

$$\text{직선 AC의 기울기} : \frac{a-1}{10-1} = \frac{a-1}{9}$$

$$\therefore \frac{4}{3} = \frac{a-1}{9} \Rightarrow 3(a-1) = 36 \Rightarrow a = 13$$

9. y 절편이 2 이고 직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{3}x - 1$

② $y = \frac{1}{3}x - 2$

③ $y = -3x + 2$

④ $y = 3x + 2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x + 2$

해설

구하고자 하는 직선의 방정식을

$y = mx + 2$ 이라 하면,

직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직이므로,

$$3 \cdot m = -1, \quad \therefore m = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 2$$

10. 점 $(2, -1)$ 과 직선 $x - y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\therefore \text{거리} = \frac{|2 + 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$

11. 두 직선 $4x - 3y - 4 = 0$, $4x - 3y - 2 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2}{5}$

해설

$4x - 3y - 4 = 0$ 의 x 절편 $(1, 0)$ 에서
 $4x - 3y - 2 = 0$ 까지의 거리는

$$d = \frac{|4 - 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5}$$

12. 중심이 $(2, -1)$ 이고 원점을 지나는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

② $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 7$

③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 8$

④ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$

해설

구하는 원의 방정식을

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{7} \text{으로 놓으면}$$

이 원이 원점 $(0,0)$ 을 지나므로

$$(0-2)^2 + (0+1)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 = 5$$

이것을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

13. $4x^2 + 4y^2 - 20x + 9 = 0$ 의 중심의 좌표 C 와 반지름 r 을 구하면?

① $C\left(-\frac{5}{2}, 0\right), r = 2$

② $C\left(\frac{5}{2}, 0\right), r = 4$

③ $C\left(0, \frac{5}{2}\right), r = 4$

④ $C\left(\frac{5}{2}, 0\right), r = 2$

⑤ $C\left(0, \frac{5}{2}\right), r = 2$

해설

$4x^2 + 4y^2 - 20x + 9 = 0$ 를 정리하면

$$x^2 + y^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + y^2 = 4$$

따라서 중심의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ 이며

반지름은 2이다.

14. 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $C(a, b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a + b + r$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = -1 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore C(1, -2), r = 2 \quad \therefore a + b + r = 1$$

15. 중심이 $y = x - 1$ 위에 있고 두 점 $(0, 3)$, $(4, 3)$ 을 지나는 원의 반지름의 길이는?

① $\sqrt{5}$

② $\sqrt{6}$

③ $\sqrt{7}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 3

해설

중심을 $(a, a - 1)$, 반지름을 r 이라 하면,
구하는 원의 방정식은

$$(x - a)^2 + (y - a + 1)^2 = r^2 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

i) $\textcircled{㉠}$ 이 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$a^2 + (4 - a)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 8a + 16 = r^2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

ii) $\textcircled{㉠}$ 이 $(4, 3)$ 을 지나므로

$$(4 - a)^2 + (4 - a)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 16a + 32 = r^2 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉢} : 8a - 16 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore \textcircled{㉡} \text{에서 } r^2 = 8 - 16 + 16 = 8$$

$$\therefore r = 2\sqrt{2} \quad (\because r > 0)$$

16. 평행이동 $T : (x, y) \rightarrow (x + 3, y + 2)$ 에 의하여 점 $(-1, 3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 3)$

② $(4, 6)$

③ $(2, 5)$

④ $(3, 9)$

⑤ $(5, 6)$

해설

평행이동 T 는 x 축의 방향으로 3 만큼,
 y 축의 방향으로 2 만큼 옮기는 것이다.

구하는 점의 좌표는 $(-1 + 3, 3 + 2)$,
즉 $(2, 5)$

17. 방정식 $y = -3x + 1$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = -x + 4$

② $y = -2x + 6$

③ $y = -3x + 11$

④ $y = -4x + 9$

⑤ $y = -5x + 13$

해설

$$y + 2 = -3(x - 4) + 1 \quad \therefore y = -3x + 11$$

18. 다음 점 $(-3, 4)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(3, -4)$

② $(-4, 4)$

③ $(4, -3)$

④ $(-4, 2)$

⑤ $(-5, 0)$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.

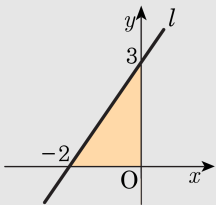
19. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도식해보면,



$$\therefore \text{빛금 친 부분의 넓이} : \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$$

20. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(2, 3)$ 을 지나는 원의 넓이는?

① 12π

② 14π

③ 16π

④ 18π

⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 을 변형하면

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$ 이므로

원의 중심의 좌표는 $(-2, 1)$

따라서, 중심이 $(-2, 1)$ 이고

반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$ 이고,

이 원이 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$r = \sqrt{(2 + 2)^2 + (3 - 1)^2} = 2\sqrt{5}$$

따라서, 이 원의 넓이는 $\pi r^2 = 20\pi$

21. $x^2 + y^2 + x - y + k = 0$ 의 그래프가 원을 나타내도록 하는 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k \leq \frac{1}{2}$ ② $k < \frac{1}{2}$ ③ $k > \frac{1}{2}$ ④ $k \geq \frac{1}{2}$ ⑤ $k < \frac{1}{3}$

해설

주어진 방정식을 정리하면,

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - k$$

$$\therefore \text{원이 되려면, } \frac{1}{2} - k > 0 \rightarrow k < \frac{1}{2}$$

22. x 축에 접하는 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 의 중심의 좌표가 $(3, -2)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

중심의 좌표가 $(3, -2)$ 인 원이 x 축에 접하므로
반지름의 길이는 2 이다.

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -6 + 4 + 9 = 7$$

23. 다음 두 원의 위치관계 중 서로 다른 두 점에서 만나는 경우를 모두 고른 것은?

$$\textcircled{㉠} x^2 + y^2 = 1, \quad (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$$

$$\textcircled{㉡} (x+1)^2 + y^2 = 2, \quad x^2 + (y+3)^2 = 2$$

$$\textcircled{㉢} x^2 + y^2 = 2, \quad (x+1)^2 + (y-1)^2 = 8$$

$$\textcircled{㉣} x^2 + y^2 = 4, \quad (x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$$

$$\textcircled{㉤} x^2 + y^2 - 2x = 0, \quad x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$$

① ㉠

② ㉠, ㉤

③ ㉡

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는

$|r - r'| < d < |r + r'|$ 이어야 한다.

㉡ 만나지 않는다.

㉢ 내접한다.

㉣ 외접한다.

24. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 $P(-1, \sqrt{3})$ 에서의 접선과 직선 $y = x$ 와의 교점의 좌표는?

① $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$

② $(2\sqrt{5}, 2\sqrt{5})$

③ $(4, 4)$

④ $(2\sqrt{3} + 2, 2\sqrt{3} + 2)$

⑤ $(2\sqrt{3} - 2, 2\sqrt{3} - 2)$

해설

원 $x^2 + y^2 = 4$

위의 점 $P(-1, \sqrt{3})$ 에서의 접선의 방정식은

$-x + \sqrt{3}y = 4$ 이므로 이 방정식과

$y = x$ 를 연립하면 $-x + \sqrt{3}x = 4$

$$\therefore x = \frac{4}{\sqrt{3} - 1} = 2\sqrt{3} + 2$$

따라서 구하는 교점의 좌표는

$$(2\sqrt{3} + 2, 2\sqrt{3} + 2)$$

25. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$

점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(2a - 5, -2)$

이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$

$\therefore a = 2$