1. 150 에 가장 가까운 9 의 배수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 153

해설

$9 \times 16 = 144$, $9 \times 17 = 153$ 이므로 150 에 가장 가까운 9 의 배수는 153 이다.

2. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134 ② 176 ③ 214 ④ 288 ⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3 의 공배수이다.

3. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 12 와 같다.

② 밑은 4 이다.

③ 지수는 3 이다.

④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.

⑤ 3^4 보다 작다.

해설

① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12 와 같지 않다.
⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

4. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.
9 의 약수 : 1, 3, 9
14 의 약수 : 1, 2, 7, 14
34 의 약수 : 1, 2, 17, 34
81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81
2 의 약수 : 1, 2
23 의 약수 : 1, 23
47 의 약수 : 1, 47
따라서 소수는 2, 23, 47 의 3 개이다.

5. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.

② 소수는 모두 홀수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.

⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

6. 108 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$

약수의 개수 : $(2+1) \times (3+1) = 12$

7. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$0 \leq (\text{나머지}) < 5$

8. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 12

해설

12 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

9. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

① $26 = 2 \times 13$ ② $36 = 2^3 \times 3^2$ ③ $42 = 6 \times 7$

④ $54 = 2^2 \times 3^3$ ⑤ $128 = 2^8$

해설

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ 2×3^3

⑤ 2^7

10. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r|l} 2 & 360 \\ \hline 2 & 180 \\ \hline 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

$\therefore\ 3 + 2 + 1 = 6$

11. 49의 소인수와 42의 소인수를 모두 구한 것은?

① 2, 3, 7 ② 2, 3, 7^2 ③ 7^2, 21

④ 2, 7, 21 ⑤ 6, 7

해설

$49 = 7^2$ 이므로 49 의 소인수는 7,
$42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로 42 의 소인수는 2, 3, 7이다.
따라서 두 수의 소인수를 모두 구하면, 2, 3, 7이다.

12. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$135 = 3^3 \times 5$
곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

13. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① $2^4 \times 3^2$ ② $2^3 \times 5^3$ ③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5^3$ ⑤ 3^4

해설

① $(4+1) \times (2+1) = 15$ (개)
② $(3+1) \times (3+1) = 16$ (개)
③ $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)
④ $(1+1) \times (1+1) \times (3+1) = 16$ (개)
⑤ $(4+1) = 5$ (개)

14. 자연수 $3^4 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$10 = 10 \times 1 = 5 \times 2$

(1)$10 = 10 \times 1 = (9+1)$ 일 때,

$3^4 \times A = 3^9 \quad \therefore A = 3^5$

그러나 $3^5 = 243$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2)$10 = 5 \times 2 = (4+1) \times (1+1)$ 일 때,

$3^4 \times A = 3^4 \times$ (3이 아닌 소수)

$\therefore A = 2,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ \cdots$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 11이다.

15. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \dfrac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

16. $x \times x \times y \times y \times z \times z = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 각연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

(준식)$= x^2 \times y^2 \times z^2$ 이므로 $a=2$, $b=2$, $c=2$ 이다.
따라서 $a+b+c=2+2+2=6$ 이다.

17. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

18. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2\times3\times5$ ② $2^3\times3\times5$ ③ $2\times3^3\times5$

④ $2\times3\times5\times7^2$ ⑤ $2^2\times3\times5$

해설

$120=2^3\times3\times5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2\times3\times5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

19. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2×3　② $2^2 \times 7$　③ 3^2

④ 3×7　⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$(2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수$)$는 $(2^2$ 의 약수$) \times (3$ 의 약수$) \times (7$ 의 약수$)$이다.

20. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$(3+1)(2+1)(a+1) = 36$
$a+1 = 3$
$\therefore\ a = 2$

21. 810 의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$(1+1)(4+1)(1+1) = (1+1)(x+1)(1+1) = 20$

$\therefore\ x = 4$

22. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$36 = (5+1) \times (2+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = 2^4 = 16$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$36 = (a+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (1+1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

23. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
$7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
2^2, 3^2, 5^2, 7^2 이다.

24. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4 ② 8 ③ 15 ④ 30 ⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2$, $b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

25. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$