

1. 다음 수 중에서 소수의 개수를 구하여라.

1 3 6 27 29

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면

1 의 약수 : 1

3 의 약수 : 1, 3

6 의 약수 : 1, 2, 3, 6

27 의 약수 : 1, 3, 9, 27

29 의 약수 : 1, 29

따라서 소수는 약수가 2 개인 수이므로 3 과 29 이다.

2. 72의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$ (개) 이다.

3. $2^a = 8$, $7^b = 343$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$2^3 = 8$, $7^3 = 343$ 이므로 $b - a = 0$ 이다.

4. 72 를 소인수분해하면 $a^3 \times b^2$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

따라서 $a = 2, b = 3$

$$a + b = 5$$

5. 다음 중 910 의 소인수를 모두 고르면?

① 1

② 3

③ 5

④ 11

⑤ 13

해설

$$910 = 2 \times 5 \times 7 \times 13$$

따라서 소인수는 2, 5, 7, 13

6. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 8, 9

② 24, 27

③ 12, 51

④ 14, 35

⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

7. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$

8. 어떤 자연수로 35 를 나누면 나누어 떨어지고, 72 를 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

어떤 수는 35, $72 - 2 = 70$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 35 이다.

9. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

10. 우리 반 수학 선생님은 18일에 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일에 한 번씩 쪽지 시험을 친다. 오늘 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후 다시 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는가?

① 9일 후

② 45일 후

③ 54일 후

④ 124일 후

⑤ 162일 후

해설

18일마다 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일마다 한 번씩 쪽지 시험을 친다고 하였으므로 18과 27의 최소공배수인 54일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

11. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉣ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

① ㉠

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉣ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡이다.

12. 다음 중 360 의 약수가 아닌 것은?

① 3^2

② 2×3

③ $2^3 \times 5$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2 \times 3^3 \times 5$

해설

⑤ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^3 \times 5$ 는 360 의 약수가 아니다.

13. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^4 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

14. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 16

② 24

③ 56

④ 72

⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.

40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다.
한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

15. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이, 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수 있겠는가?

① 3 다발

② 4 다발

③ 8 다발

④ 12 다발

⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 24, 60, 52 의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포장하려고 하므로 24, 60, 52 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 24 \quad 60 \quad 52} \\ \underline{ 6 \quad 15 \quad 13} \end{array} \quad \therefore 4\text{다발}$$

16. 가로와 길이가 140cm, 세로의 길이가 105cm, 높이가 210cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 107

② 108

③ 109

④ 110

⑤ 111

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

140, 105, 210 의 최대공약수이므로

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7, 105 = 3 \times 5 \times 7, 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

최대공약수는 $5 \times 7 = 35$

$$\therefore a = 35$$

정육면체의 개수는

$$(140 \div 35) \times (105 \div 35) \times (210 \div 35) = 4 \times 3 \times 6 = 72 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 72$$

$$\therefore a + b = 107$$

17. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면?

① 4

② 48

③ 96

④ 288

⑤ 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\therefore 24 = 2^3 \times 3$$

$$\therefore 32 = 2^5$$

$$\therefore 36 = 2^2 \times 3^2$$

따라서 최소공배수는 $2^5 \times 3^2 = 288$ 이다.

18. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3 인 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 60

② 61

③ 62

④ 63

⑤ 64

해설

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 구하는 자연수는 $60 + 3 = 63$ 이다.

19. 두 수 $2^2 \times 3^3$ 과 A 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 7$ 일 때, 자연수 A 의 값은?

① 500

② 502

③ 504

④ 506

⑤ 508

해설

$$A \times 2^2 \times 3^3 = 2^2 \times 3^2 \times 2^3 \times 3^3 \times 7$$

$$\therefore A = 504$$

20. 세계문화유산인 경주 유적지 탐방에 참가한 남학생 수와 여학생 수의 최대공약수는 12, 최소공배수는 36 이라고 한다. 남학생이 여학생보다 24 명 많다고 할 때, 탐방에 참가한 전체 학생 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

여학생을 x 명, 남학생을 $x + 24$ 명이라고 하면
(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $12 \times 36 = x \times (x + 24)$, $x = 12$ 이다.
따라서 $12 + 36 = 48$ 이다.

21. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ &b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ &\therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

22. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수의 개수가 36일 때, $x + y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$$

$$(x+1) \times (y+1) = 18$$

$$18 = 2 \times 9 \text{ 또는 } 18 = 3 \times 6 \text{ 이므로}$$

$$x+1=2, y+1=9 \text{ 또는 } x+1=9, y+1=2 \text{ 일 때,}$$

$$x=1, y=8 \text{ 또는 } x=8, y=1$$

$$\text{그러므로 } x+y=9$$

$$x+1=3, y+1=6 \text{ 또는 } x+1=6, y+1=3 \text{ 일 때,}$$

$$x=2, y=5 \text{ 또는 } x=5, y=2$$

$$\text{그러므로 } x+y=7$$

23. 가로 10 cm, 세로 18 cm 인 직사각형 모양의 타일로 한 변의 길이가 1 m 보다 큰 정사각형을 만들 때, 최소한 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.



답 :

장



정답 : 180장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 10 과 18 의 공배수 중 세 자리의 가장 작은 자연수이다. 10 과 18 의 최소공배수는 90 이고, 90 의 배수 중 세 자리의 가장 작은 수는 180 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 180 cm 이다.

따라서 필요한 타일의 개수는 $(180 \div 10) \times (180 \div 18) = 18 \times 10 = 180$ (장) 이다.

24. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개

1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의 개수는 8개

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 4의 배수인 것의 개수는

$$33 + 25 - 8 = 50 \text{ 개}$$

따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는

$$100 - 50 = 50 \text{ 개}$$

25. 12 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 6$

해설

$$12 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 3 = b^2$$

$$2^2 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 3 = 6$$