

1. 다음은 좌변을 인수분해하여 우변을 얻은 것이다. 옳은 것은?

① $-6ax - 2bx = -6x(a + 2b)$

② $ax^2 + ay = a(x + y)$

③ $a(x + y) - b(x + y) = (x + y) - ab$

④ $-4x^2 + 16y^2 = -4(x + 2y)(x - 2y)$

⑤ $x(2a - b) + 2y(2a - b) - z(2a - b) = (2a - b)(x - 2y) - z$

해설

① $-2x(3a + b)$

② $a(x^2 + y)$

③ $(x + y)(a - b)$

⑤ $(2a - b)(x + 2y - z)$

2. 정사각형 모양의 땅의 넓이가 $4x^2 + 12x + 9$ 일 때, 한 변의 길이는?

① $2x + 1$

② $2x + 3$

③ $3x + 1$

④ $3x - 2$

⑤ $3x + 5$

해설

$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$ 이므로
따라서 한 변의 길이는 $2x + 3$ 이다.

3. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = -4(x - 1)^2 - 3$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -4(2 - 1)^2 - 3$$

$$\therefore a = -7$$

4. $-3 < x < 3$ 일 때, $2\sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{4(x+3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4x$

② $-2x - 6$

③ 0

④ $6x$

⑤ $6x + 6$

해설

$$\begin{aligned} & -6 < x - 3 < 0, 0 < x + 3 < 6 \text{ 이므로} \\ (\text{주어진 식}) &= -2(x - 3) - 2(x + 3) \\ &= -2x + 6 - 2x - 6 \\ &= -4x \end{aligned}$$

5. 두 자리 자연수 n 에 대하여, $\sqrt{5(n+13)}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 값의 합은?

① 69 ② 79 ③ 89 ④ 99 ⑤ 109

해설

$10 \leq n < 100$, $\sqrt{5(n+13)} \rightarrow$ 자연수

$$n+13 = 5k^2$$

$$23 \leq 5k^2 < 113$$

$$4.6 \leq k^2 < 22.6$$

$$\therefore k^2 = 9, 16$$

$$n = 5 \times 9 - 13 = 32, n = 5 \times 16 - 13 = 67$$

따라서 n 의 값의 합은 $32 + 67 = 99$ 이다.

6. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인가?
(단, a, b 는 자연수)

- ① 7개 ② 10개 ③ 11개 ④ 13개 ⑤ 15개

해설

$\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$
 $7 < 2a+3b < 15$
 $b=1$ 일 때, $a=3, 4, 5$
 $b=2$ 일 때, $a=1, 2, 3, 4$
 $b=3$ 일 때, $a=1, 2$
 $b=4$ 일 때, $a=1$
 $\therefore$ 10개

7. 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{2} + 1$ 사이의 무리수는 모두 몇 개인가?

$\sqrt{3} + 0.09$, $\sqrt{3} + 0.5$, $\sqrt{2} + 0.5$
 $\sqrt{2} + 0.09$, $\sqrt{2} + 0.9$, $\sqrt{3} + 0.7$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$
 $\sqrt{3} < x < \sqrt{2} + 1 \rightarrow 1.732 < x < 2.414$
 $\sqrt{2} + 0.09 \approx 1.414 + 0.09 = 1.504$
 $\sqrt{3} + 0.7 \approx 1.732 + 0.7 = 2.432$

8. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}$ 의 제곱근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.439

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3} &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \\ &= \frac{1.414}{2} + 1.732 \\ &= 0.707 + 1.732 = 2.439\end{aligned}$$

9. $x^2 - 4x - A = (x + 5)(x - B)$ 에서 $A + B$ 의 값은?

① 6

② 9

③ 20

④ 49

⑤ 54

해설

$$x^2 - 4x - A = x^2 - Bx + 5x - 5B,$$

$$5 - B = -4 \text{ 이므로 } B = 9$$

$$5B = A \text{ 이므로 } 45 = A$$

$$\text{따라서, } A + B = 45 + 9 = 54$$

10. $x^2 + xy + x + y$ 를 인수분해하면?

① $(x + y)(1 - x)$ ② $(x + y)(x - 1)$ ③ $(x - y)(x + 1)$

④ $(x + y)(x + 1)$ ⑤ $(x - y)(x - 1)$

해설

$$x(x + y) + (x + y) = (x + y)(x + 1)$$

11. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 근이 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$A = 1, B = 5,$$

$$\therefore A + B = 6$$

13. 이차방정식 $x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 4$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \times 4 = 1$

14. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, 유리수 $a + b$ 의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

한 근이 $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

근과 계수의 관계에서 두 근의 합은 $-\frac{b}{a} = 1$

두 근의 곱은 $-\frac{1}{a} = -\frac{1}{4}$

$\therefore a = 4, b = -4$

$\therefore a + b = 0$

15. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 해가 $-\frac{1}{2}$, 1 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이고, 두 근의 곱은 $\frac{1}{a}$

$$-\frac{b}{a} = \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \therefore a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -2 + 1 = -1$$

16. 대각선의 총수가 65 개인 다각형은 몇 각형인가?

① 십각형

② 십일각형

③ 십이각형

④ 십삼각형

⑤ 십사각형

해설

n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 이므로

$$\frac{n(n-3)}{2} = 65$$

$$n^2 - 3n - 130 = 0$$

$$(n+10)(n-13) = 0$$

$$\therefore n = 13 \text{ (} n \text{ 은 자연수)}$$

따라서 십삼각형이다.

17. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점은 원점이다.
- ② 대칭축은 y 축이다.
- ③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $(y | y \leq 0)$ 이다.

해설

③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

18. $y = -2x^2 + 4x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -1$

② $-1 < k < 1$

③ $k \leq -1$

④ $k > -1$

⑤ $0 \leq k \leq 1$

해설

$$y = -2x^2 + 4x + k - 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + k + 1$$

꼭짓점이 $(1, k + 1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\therefore k + 1 > 0, k > -1$$

19. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A 는 다음과 같다. 이때,
유리수 a, b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$ax^2-x+b=0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}}=3+\sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3-\sqrt{5}$
두 근의 합은 $\frac{1}{a}=6, a=\frac{1}{6}$
두 근의 곱은 $\frac{b}{a}=4, b=\frac{2}{3}$
 $\therefore \frac{b}{a}=4$

20. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행 이동하면 점 (k, 6) 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 (k, 6) 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

21. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

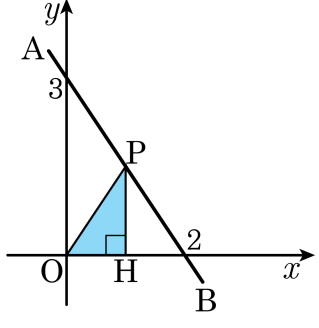
① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$y = 2(x+3)^2 - 2 = 2x^2 + 12x + 16$ 에서 x 절편은 -4 와 -2 , y 절편은 16

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16$ 이다.

22. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

23. $\frac{5-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{5-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} &= \frac{(5-3\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \\ &= \frac{5\sqrt{3}-9}{3} \\ &= -3 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

$$-3 + \frac{5\sqrt{3}}{3} = a + b\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = -3, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore ab = -5$$

24. 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\left[10\sqrt{\frac{n}{m}}\right] = 20, \sqrt{(m-n)^2} = 100$ 일 때, $m+n$ 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라. (단, $[a]$ 는 a 보다 크지 않은 최대의 정수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m+n=162$

▷ 정답 : $m+n=166$

해설

$\left[10\sqrt{\frac{n}{m}}\right] = 20$ 에서
 $20 \leq 10\sqrt{\frac{n}{m}} < 21, 2 \leq \sqrt{\frac{n}{m}} < 2.1$
 $\therefore 4 \leq \frac{n}{m} < 4.41 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
이때, $\frac{n}{m} > 1$ 이므로 $n > m$
 $\sqrt{(m-n)^2} = 100, n-m = 100$
 $\therefore n = m + 100 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $4 \leq \frac{m+100}{m} < 4.41$
 $4 \leq 1 + \frac{100}{m} < 4.41, 3 \leq \frac{100}{m} < 3.41$
 $3m \leq 100 < 3.41m$
 $3m \leq 100$ 에서 $m \leq 33.3\ldots \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
 $100 < 3.41m$ 에서 $m > 29.3\ldots \cdots \textcircled{\text{㉣}}$
 $\textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$ 에서 $29.3 \times \times \times < m \leq 33.3 \times \times \times$
 $\therefore m = 30, 31, 32, 33$
이때 각각의 m 에 대한 n 의 값은
 $n = 130, 131, 132, 133$ 이다.
그런데 m, n 은 서로소이므로
 $(m, n) = (31, 131), (33, 133)$ 이므로
 $m+n = 162, \text{ 또는 } 166$ 이다.

25. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 만큼 줄였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

처음 원의 반지름 : r

줄인 원의 반지름 : $r - 3$

$$\pi(r - 3)^2 = \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$r^2 - 6r + 9 = \frac{1}{4}r^2$$

$$\frac{3}{4}r^2 - 6r + 9 = 0$$

$$r^2 - 8r + 12 = 0$$

$$(r - 2)(r - 6) = 0$$

$$\therefore r = 6 \text{ cm } (r > 3 \text{ 이므로})$$