

1. 다음 두 수의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $3 - \sqrt{3} < 5 - \sqrt{5}$

② $\sqrt{0.3} < 0.3$

③ $4\sqrt{3} - 1 < 3\sqrt{5} - 1$

④ $5 < \sqrt{3} + 3$

⑤ $2\sqrt{6} + 2 < 3\sqrt{2} + 2$

해설

① $-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로 $1 < 3 - \sqrt{3} < 2$

$-3 < -\sqrt{5} < -2$ 이므로 $2 < 5 - \sqrt{5} < 3$

$\therefore 3 - \sqrt{3} < 5 - \sqrt{5}$

나머지의 부등호의 바른 방향은 모두 반대 방향으로 바뀐다.

2. 다음 수를 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{5\sqrt{5}}{3}$

② $\sqrt{0.05} = \frac{\sqrt{5}}{20}$

③ $\sqrt{0.24} = \frac{\sqrt{6}}{5}$

④ $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{\sqrt{2}}{7}$

⑤ $\sqrt{\frac{12}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

해설

① $\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

② $\sqrt{0.05} = \frac{\sqrt{5}}{10}$

④ $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$

⑤ $\sqrt{\frac{12}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 일 때, $\sqrt{0.1536}$ 의 값을 a , b 를 써서 나타내면?

- ① $\frac{2}{25}ab$ ② $\frac{4}{25}ab$ ③ $\frac{8}{25}ab$ ④ $\frac{16}{25}ab$ ⑤ $\frac{32}{25}ab$

해설

$$1536 = 16^2 \times 6$$

$$\sqrt{0.1536} = \frac{\sqrt{16^2 \times 6}}{10000} = \frac{16\sqrt{6}}{100} = \frac{4\sqrt{6}}{25} = \frac{4ab}{25}$$

4. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

5. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

6. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

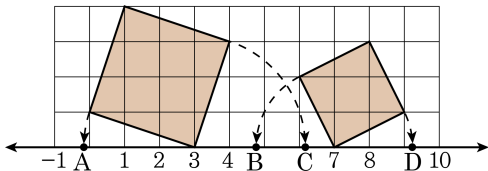
① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

7. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때. $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① 10

② 13

③ 17

④ 20

⑤ 24

해설

$$a = 3 - \sqrt{10}, b = 7 - \sqrt{5}, c = 3 + \sqrt{10}, d = 7 + \sqrt{5}$$

이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.

⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

9. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$$

$$\therefore a = 16, b = 13$$

$$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$$

10. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

11. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가 같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가?

- ① 1 배 ② 2 배 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배
④ $3\sqrt{3}$ 배 ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

$$\text{정삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

$$\text{정사각형의 한 변의 길이는 } \frac{3}{4}a \text{ 이므로 정사각형의 넓이는 } \frac{9}{16}a^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \square = \frac{9}{16}a^2$$

$$\therefore \square = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ (배)}$$

12. $\frac{1}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} - \sqrt{12} = A\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 A 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} &= \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{12\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{9\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $A = -\frac{3}{2}$ 이다.

13. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

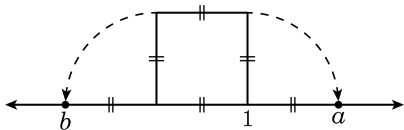
이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수) 이 되어야 한다.

$$\text{즉, } x = y$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

14. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



① $\sqrt{2} - 2$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $2 - \sqrt{2}$

⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

15. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$$

① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$

④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$

(2) b 의 범위

$$-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$$

$$5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$$

$$\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$$

(3) c 의 범위

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$

$$\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$$

$$\therefore b < a < c$$

16. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$|a| < |b| \cdots (1)$$

$$a > 0, b < 0 \cdots (2)$$

$$(1), (2) \text{에 의해 } \textcircled{5} \ a + b < 0$$

17. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3}\sqrt{3^4}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

18. 정수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(2n-2)(2n+2)+4}$ 이라고 할 때, $f(-5) + f(-4) + \cdots + f(4) + f(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$f(-5) = \sqrt{(-12) \times (-8) + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-4) = \sqrt{(-10) \times (-6) + 4} = 8 = 2 \times 4$$

$$\vdots$$

$$f(0) = \sqrt{(-4) + 4} = 0 = 2 \times 0$$

$$\vdots$$

$$f(5) = \sqrt{8 \times 12 + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-5) + f(-4) + \cdots + f(0) + \cdots + f(5)$$

$$= 2(5 + 4 + \cdots + 0 + 1 + \cdots + 5)$$

$$= 2 \times 30 = 60$$

19. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{(1-x)^2} + \sqrt{(1+x)^2} - |-1-x|$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 - x$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(1-x)^2} + \sqrt{(1+x)^2} - |-1-x| \\ &= (1-x) + (1+x) - \{-(-1-x)\} \\ &= 1-x+1+x-1-x=1-x \end{aligned}$$

20. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}} \text{ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 } x, y \text{ 는}$$

다음과 같다.

분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로

$y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$

$y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$ 일 때, x 는 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$

y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.

따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

21. 연속된 세 자연수 a, b, c 에 대하여, $\sqrt{a+b+c}$ 의 값이 자연수가 되기 위한 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하여라. (단, $a+b+c \leq 80$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

a, b, c 가 연속된 세 자연수이므로 $a = b - 1, c = b + 1$ 이다.
이때, $\sqrt{a+b+c} = \sqrt{3b}$ 가 자연수이므로

$$b = 3k^2 \quad (k \text{ 는 자연수})$$

$$a+b+c \leq 80 \text{ 이므로 } 3b = 9k^2 \leq 80$$

$$k^2 < \frac{80}{9} = 8.888\cdots \therefore k = 1, 2$$

따라서 조건을 만족하는 세 수 (a, b, c) 의 쌍은
 $(2, 3, 4), (11, 12, 13)$ 의 2 쌍이다.

22. 10 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{a+b} = n$ (n 은 자연수)를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 16 개

해설

$a = 1$ 인 경우, $b = 3, 8$

$a = 2$ 인 경우, $b = 2, 7$

$a = 3$ 인 경우, $b = 1, 6$

$a = 4$ 인 경우, $b = 5$

$a = 5$ 인 경우, $b = 4$

$a = 6$ 인 경우, $b = 3, 10$

$a = 7$ 인 경우, $b = 2, 9$

$a = 8$ 인 경우, $b = 1, 8$, $a = 9$ 인 경우, $b = 7$

$a = 10$ 인 경우, $b = 6$

$\therefore 16$ 개

23. $\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 253

해설

$\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면
 $\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.
 $\sqrt{144}(=12) > \sqrt{144-x}$ 이므로
 $\sqrt{144-x}=11$ 일 때, 최댓값을 갖는다.
 $144-x=11^2$ 에서 $x=23$
또, $\sqrt{25}(=5) < \sqrt{25+y}$ 이므로
 $\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.
 $25+y=6^2$ 에서 $y=11$
 $\therefore xy = 23 \times 11 = 253$

24. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$

㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$

㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$

㉤ $-(\sqrt{-y})^2$

㉥ $-\sqrt{(y-3)^2}$

㉦ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉥

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉦

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ : $3-x, 4 < 3-x < 5$

㉡ : $x-3, -5 < x-3 < -4$

㉢ : $-y-1, 0 < -y-1 < 1$

㉤ : $y, -2 < y < -1$

㉥ : $y-3, -5 < y-3 < -4$

㉦ : $-x+1, 2 < -x+1 < 3$

㉡, ㉥ 에서 $x < y$ 이므로 $x-3 < y-3$

25. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

① 8 개

② 9 개

③ 10 개

④ 11 개

⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$

$A = 17, 18 \cdots 23, 24, 25$ 이므로 9 개이다.

26. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.

② $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.

③ $b - a$ 는 항상 무리수이다.

④ ab 는 항상 무리수이다.

⑤ $b - \sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2, b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b - a = \sqrt{2} - 2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b - \sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

27. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{\sqrt{ab}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b}$, $B = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, $C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
 A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면

$$A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a+b$$

$$B^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a+b+2\sqrt{ab}$$

$$C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$$

이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0$ ($\because a > 0, b > 0$) 이므로 $B > A$

또한, $B^2 - C^2 = a+b+\sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$

따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다.

28. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$

29. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

30. $\frac{5-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{5-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} &= \frac{(5-3\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{5\sqrt{3}-9}{3} \\ &= -3 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

$$-3 + \frac{5\sqrt{3}}{3} = a + b\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = -3, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore ab = -5$$

31. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{f(a)} &= \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} \\
 &= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})} \\
 &= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} \\
 &= \sqrt{a+1} - \sqrt{a} \text{ 이므로} \\
 (\text{준식}) &= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \\
 &\quad \cdots + (\sqrt{81} - \sqrt{80}) \\
 &= \sqrt{81} - \sqrt{1} = 9 - 1 = 8
 \end{aligned}$$

32. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

① $a = 1.000, b = 1.13$

② $a = 1.005, b = 1.15$

③ $a = 1.049, b = 1.42$

④ $a = 1.196, b = 1.22$

⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43 을 찾으면 1.196 이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105 인 것을 찾으면 1.22 이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

33. $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[3] = 3$, $[3.4] = 3$ 이다.

$a = 3 + \sqrt{5}$ 일 때, $\frac{[a] + 5}{a - 3} + \frac{3a}{[a] - a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-33 - 13\sqrt{5}$

해설

$[3 + \sqrt{5}] = 5$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{3(3 + \sqrt{5})}{5 - (3 + \sqrt{5})} \\&= \frac{10\sqrt{5}}{5} + \frac{3(3 + \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})}{4 - 5} \\&= 2\sqrt{5} - 3(6 + 5\sqrt{5} + 5) \\&= -33 - 13\sqrt{5}\end{aligned}$$