

1. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$$\frac{3 \times 5^2}{4 \times 5^2} = \frac{75}{10^2}, a + n = 75 + 2 = 77$$

2. $A = 0.321$, $B = 0.32\dot{1}$, $C = 0.\dot{3}21$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $C < A < B$ ② $A < B < C$ ③ $B < C < A$
④ $C < B < A$ ⑤ $A = B = C$

해설

$$A = 0.321$$

$$B = 0.321111\cdots$$

$$C = 0.321321\cdots$$

이므로 $A < B < C$ 이다.

3. $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 사이의 분수 중에서 분모가 24이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 의 분모를 24로 통분하면 $\frac{4}{24}$, $\frac{18}{24}$
 $\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 유한소수로 나타내려면 x 는 3의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15로 4개이다.

4. $x = \frac{a}{70}$ (a 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

분수 $\frac{a}{70}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 7 의 배수이고 70 의 배수가 아니어야 하므로 $14 - 1 = 13$

5. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\ldots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

6. 자연수 a, b 에 대하여 $a + b > 0$, $ab > 0$ 이고 a, b 는 서로소이다.
이러한 조건을 만족시키는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b} = 4.\dot{x} = \frac{120}{9y+z}$ 일 때,
 $x + 2y + 3z$ 의 값을 구하여라.(단, x, y, z 는 한자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$$\frac{a}{b} = 4.\dot{x} = \frac{36+x}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{36+x}{9} = \frac{120}{9y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로}$$

$$\frac{(36+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{108+3x}{27} = \frac{120}{9y+z}$$

$$108+3x=120$$

$$\therefore x=4$$

$$9y+z=27$$

$$\therefore y=2, z=9$$

$$x+2y+3z=4+4+27=35$$

7. $x = 3.4\dot{5}2$ 일 때, $10^3x - 10x$ 의 값은?

- ① 3413 ② 3414 ③ 3415 ④ 3417 ⑤ 3418

해설

$$\begin{array}{r} 1000x=3452.5252\cdots \\ -) \quad 10x= \quad 34.5252\cdots \\ \hline 990x=3418 \end{array}$$

따라서 $10^3x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418$ 이다.

8. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

- ① 9
- ② 16
- ③ 24
- ④ 28
- ⑤ 31

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{24301}{99900} \text{ 이므로 } ab = 24 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 24301 = abcde - 24$$

$$abcde = 24301 + 24$$

$$\therefore abcde = 24325$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 16$$

9. $\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 에서 $\frac{1}{5} < \frac{a}{9} \leq \frac{2}{3}$, $\frac{9}{45} < \frac{5a}{45} \leq \frac{30}{45}$ 이므로

$9 < 5a \leq 30$, $\frac{9}{5} < a \leq 6$

$\therefore a = 2, 3, 4, 5, 6$

10. $64 \times 125 \times 256 \times 625$ 는 $n + 1$ 자리 자연수이다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 64 \times 125 \times 256 \times 625 &= 2^6 \times 5^3 \times 2^8 \times 5^4 \\ &= 2^7 \times (2 \times 5)^7 \\ &= 2^7 \times 10^7 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식은 $64 \times 125 \times 256 \times 625 = 128 \times 10^7$ 이므로 10 자리의 자연수이다.

$$\therefore n = 9$$

11. 두 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{2}{x}$ 는 무한소수이다. 이것을 만족하는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 81 개

해설

$\frac{2}{x}$ 가 유한소수가 되려면 $\frac{2}{2^a \times 5^b}$ 의 꼴이어야 하므로
 $\frac{2}{2^a}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 4, 5, 6$ 일 때의 3개
 $\frac{2}{2^a \times 5}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 2, 3, 4$ 일 때의 3개
 $\frac{2}{2^a \times 5^2}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 1, 2$ 일 때의 2개
 $\frac{2}{5^b}$ 의 꼴이 되는 분수는 $b = 2$ 일 때의 1개
따라서 유한소수는 $3 + 3 + 2 + 1 = 9$ (개)이므로 유한소수가 아닌 무한소수의 개수는
 $90 - 9 = 81$ (개)

12. 분수 $\frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약 분수로 나타내면 $\frac{9}{y}$ 이다. x 가 100 이하의 자연수일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수가 된다.

$$\frac{x}{180} = \frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}, x \text{는 } 9 \text{의 배수이어야 한다.}$$

유한소수이면서 기약분수의 분자가 9가 되는

$$x = 3^2 \times 9 = 81$$
$$\frac{3^2 \times 9}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{2^2 \times 5} \text{ 이므로 } y = 20$$
$$\therefore x - y = 81 - 20 = 61$$

13. 분수 $\frac{x}{84}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{y}$ 이 된다고 한다. 이때, $x+y$ 값을 구하여라. (단, $y \neq 1$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

▷ 정답 : 128

해설

$$\frac{x}{84} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{3}{y} \Rightarrow x \text{ 는 } 3 \times 7 \times 3 \text{ 의 배수}$$

$x = 63$ 일 때 $y = 4$, $x = 126$ 일 때, $y = 2$ 이다.

$$\therefore 63 + 4 = 67, 126 + 2 = 128$$

14. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{7}2$ 가 되었고 B 는 분모를 잘못 보고 계산하여 $0.78\dot{6}$ 이 되었다. 바르게 고친 답은?

① $5.\dot{3}2$ ② $5.3\dot{3}$ ③ $5.\dot{3}4$ ④ $5.\dot{3}5$ ⑤ $5.3\dot{6}$

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

A 는 분모를, B 는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는 $\frac{59}{11}$ 이고, 순환소수로는 $5.3\dot{6}$ 이다.

15. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$

의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.38461\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5) \times 8 + (3 + 8) = 227$

16. $x = 0.8$ 이고 $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 0.8$ 일 때 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{1}{x+1} = \frac{9}{11} \end{aligned}$$

$$9(x+1) = 11, \quad 9x+9 = 11, \quad x = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = 2$$

17. 한 자리 자연수 x, y 에 대하여 $f(x, y) = 5(0.\dot{x}-0.\dot{y}) + 2(0.\dot{x}y\dot{x} + 0.\dot{y}xy\dot{y})$ 라고 정의할 때, $f(x, y) < 0$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 갯수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 14 개

해설

$$\begin{aligned} f(x,y) &= 5\left(\frac{x}{9} - \frac{y}{9}\right) + 2\left(\frac{100x + 10y + x}{999} + \frac{100y + 10x + y}{999}\right) \\ &= \frac{7}{9}x - \frac{1}{3}y \end{aligned}$$

$$= \frac{7}{9}x - \frac{1}{3}y$$

$$f(x,y) < 0 \text{ 이므로 } \frac{7}{9}x - \frac{1}{3}y < 0, y > \frac{7}{3}x$$

x, y 는 모두 한 자리 자연수이어야 하므로

$$\frac{7}{3}x < y \leq 9$$

$x = 1$ 일 때, $y = 3, 4, 5, \dots, 9$

$$x = 2 \text{ 일 때, } y = 5, 6, \dots, 9$$

$x = 3$ 일 때, $y = 8, 9$

따라서 순서쌍 (x, y) 의 갯수는 $7 + 5 + 2 = 14$ (개) 이다.

18. 3의 배수가 아닌 자연수 x 에 대하여 $f(x)$ 를 $\frac{x}{3}$ 를 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.
이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(4)}{f(5)} + \frac{f(7)}{f(8)} + \cdots + \frac{f(19)}{f(20)} + \frac{f(22)}{f(23)} + \cdots + \frac{f(88)}{f(89)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{3} = 0.33333\ldots = 0.\dot{3}, \quad f(1) = 3$$

$$\frac{2}{3} = 0.66666\ldots = 0.\dot{6}, \quad f(2) = 6$$

$$\frac{4}{3} = 1.33333\ldots = 1.\dot{3}, \quad f(4) = 3$$

$$\frac{5}{3} = 1.66666\ldots = 1.\dot{6}, \quad f(5) = 6 \text{ 이므로}$$

$$\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(4)}{f(5)} + \frac{f(7)}{f(8)} + \cdots + \frac{f(19)}{f(20)} + \frac{f(22)}{f(23)} + \cdots + \frac{f(88)}{f(89)} \text{ 은}$$

분모가 6이고 분자가 3인 수들의 합이다.

$$89 = 3 \times 30 - 1 \text{ 이므로}$$

$$\text{구하는 값은 } \frac{1}{2} \times 30 = 15$$

19. $0.\dot{2}\dot{1} = a$ 라 할 때, $(99.\dot{9} - 1) \times a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33} \quad \therefore a = \frac{7}{33}$$

$$(99.\dot{9} - 1) \times a = (100 - 1) \times \frac{7}{33} = 99 \times \frac{7}{33} = 21$$

20. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 무한소수는 유리수이다.

㉡ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 없다.

㉢ 무한소수 중에서 순환하지 않는 소수는 무리수이다.

㉤ 유한소수가 아닌 소수는 순환소수이다.

㉥ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉦ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉠ 무한소수중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

㉡ $1 = \frac{9}{9} = 0.\dot{9}$ 이므로 정수를 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉢ 소수에는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수에 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

㉤ 기약분수를 소수로 고치면, 유한소수나 순환소수가 된다.