1. 다항식 $2xy^2+x^2y-3x+x^3-1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① x 에 대한 삼차식이다.

② y 에 대한 이차식이다.

③ x^2 의 계수는 y 이다.

④ x 의 계수는 $2y^2-3$ 이다.

⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항 : x^3-3x-1

2. $\{x-(y-z)\}-\{(x-y)-z\}$를 간단히 하면?

① $2y$ ② $2z$ ③ $-2y$ ④ $-2z$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}&\{x-(y-z)\}-\{(x-y)-z\}\\&=(x-y+z)-(x-y-z)\\&=x-y+z-x+y+z\\&=2z\end{aligned}$$

해설

3. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$ ② $-72a^7x^8$ ③ $72a^{12}x^{12}$

④ $-72a^{12}x^{12}$ ⑤ $48a^8x^7$

해설

$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$

4. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x-2)+(7-2x)=2x-5$

② $(x^2+2y^2)-2(y^2-3x^2)=7x^2$

③ $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

④ $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

⑤ $(x^3+1)\div(x+1)=x^2-x+1$

해설

① $(4x-2)+(7-2x)=2x+5$

5. 다항식 $(x^2+2x-3)(3x^2+x+k)$의 전개식에서 일차항의 계수가 15일 때, 상수 k의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,
$-3x+2kx=15x$
$\therefore\ k=9$

6. $x+y=4,\ xy=3$ 일 때, x^2-xy+y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

7. $x+y+z=3,\ xy+yz+zx=-1$ 일 때 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2-2(xy+yz+xz) \\ &= 9+2=11 \end{aligned}$$

8. x 에 대한 다항식 $3x^3y+5y-xz+9xy-4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

> ㉠ 내림차순으로 정리하면
> $3yx^3+(9y-z)x+5y-4$ 이다.
> ㉡ 오름차순으로 정리하면
> $5y-4+(9y-z)x+3yx^3$ 이다.
> ㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3 차식이다.
> ㉣ x^3 의 계수는 3이다.
> ㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉢
③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y-4$ 이다.

9. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $A \ominus B$와 $A \otimes B$을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$A \ominus B = A - 3B$, $A \otimes B = (A+B)B$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3$, $Q = x^3 + x^2y + xy^2$이라 할 때, $(P \ominus Q) \otimes Q$를 x, y에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$　② $x^4y^2 - xy^5$　③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$　⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$를 변형하면

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P-3Q) \otimes Q \\ &= (P-3Q+Q)Q \\ &= (P-2Q)Q \quad \cdots ①\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P-2Q \\ &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

10. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x-2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4-2a^2b^2+b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3-9x^2+27x-27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16}-1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x+2y$

③ $(-x+3)^3 = -x^3+9x^2-27x+27$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8-1$

11. $(x+y)^n$을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 64개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$
$=\{(4a^2-9b^2)^3\}^4$
$=(4a^2-9b^2)^{12}$
$\therefore$ $(4a^2-9b^2)^{12}$의 항의 개수는 13개이다.

12. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $\triangle$, $\blacktriangledown$를 $A\triangle B = 2A + B$, $A\blacktriangledown B = A - 3B$로 정의한다.
$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$일 때 $A\blacktriangledown(B\triangle A)$를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$
② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$
④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$A\blacktriangledown(B\triangle A) = A\blacktriangledown(2B + A)$$
$$= A - 3(2B + A) = -2A - 6B$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B에 대입하여 정리한다.

13. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$의 차수는?

① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$

$=x^2(x^2+1)(x^2+2x+3)$

$\therefore$ 6차 다항식

14. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

$$
\begin{aligned}
2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\
&= (2a + 4b) + (2a + 3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\
&= 2a + (4b + 2a) + 3b && \text{㉡ 결합법칙} \\
&= 2a + (2a + 4b) + 3b && \text{㉢ 교환법칙} \\
&= (2a + 2a) + (4b + 3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\
&= (2 + 2)a + (4 + 3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\
&= 4a + 7b
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

15. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x+y+z=1$에서
$x+y=1-z$
$y+z=1-x$
$z+x=1-y$
$(x+y)(y+z)(z+x)=(1-z)(1-x)(1-y)$
$=1-(x+y+z)+(xy+yz+zx)-xyz$
$=1-1+2-3=-1$

16. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a, 상수항을 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환}))$
$=(X-2)(X-12)$
$=X^2-14X+24$
$=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$
$=x^4+2x^3-13x^2-14x+24$
$\therefore\ a=1+2-13-14+24=0,\ b=24$
$\therefore\ a+b=0+24=24$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
$x=1$ 대입, $a=0$
㉡ 상수항 구하기
$x=0$ 대입, $b=24$

17. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$의 전개식에서 x^3의 계수는?

① 0 ② 2 ③ −2 ④ 4 ⑤ −4

해설

x^3을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.

$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 = 8+(-12) = -4$

18. $(-2x^3+x^2+ax+b)^2$의 전개식에서 x^3의 계수가 -8일 때, $a-2b$의 값은?

① -6　② -4　③ -2　④ 0　⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$(-2x^3\times b)\times 2+(x^2\times ax)\times 2=(-4b+2a)x^3$

$2a-4b=-8$

$\therefore\ a-2b=-4$

19. $(10^5+2)^3$의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15　② 18　③ 21　④ 26　⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times2\times10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times10^{10}+12\times10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times6+10^5\times12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

20. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c=2$, $a^2+b^2+c^2=6$, $abc=-1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^3+2(ab+bc+ca)$

$ab+bc+ca=-1$

$a^3+b^3+c^3$

$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$= 2\times(6-(-1))-3=11$

21. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z라 하면

$x+y+z=22 \cdots\cdots$ ①

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=14 \cdots\cdots$ ② 이고

겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$ 이다.

①, ② 에서 $22^2=14^2+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=288$

22. $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$을 간단히 하면?

① 4^8+3^8　② $4^{15}-3^{15}$　③ $4^{15}+3^{15}$

④ $4^{16}-3^{16}$　⑤ $4^{16}+3^{16}$

해설

$$\begin{aligned}
&(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4^8-3^8)(4^8+3^8)\\
&=4^{16}-3^{16}
\end{aligned}$$

23. $\dfrac{2005^3+1}{2005\times 2004+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2006

해설

$2005 = x$ 로 놓으면

$$(\text{준 식}) = \frac{x^3+1^3}{x(x-1)+1}$$
$$= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$
$$= x+1$$
$$= 2006$$

24. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2+y^2=7$, $x+y=3$ 일 때, x^5+y^5 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 123

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에서 $3^2=7+2xy$, $xy=1$

$(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$에서 $x^3+y^3=18$

$$\begin{aligned} x^5+y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y) \\ &= 7\times 18-1^2\times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

25. $x+\dfrac{1}{x}=1$ 일 때, $x^{101}+\dfrac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1 ② −1 ③ −2 ④ 2 ⑤ 101

해설

$x+\dfrac{1}{x}=1$ 에서 $x^2+1=x$

$\therefore\ x^2-x+1=0,\ x^3=-1$

$(\text{준 식})=(x^3)^{33}\cdot x^2+\dfrac{1}{(x^3)^{33}\cdot x^2}$

$=-x^2+\dfrac{-1}{x^2}=-\dfrac{x^4+1}{x^2}=-\dfrac{-x+1}{x^2}$

$=\dfrac{x-1}{x^2}=1$

26. $x+y=2$, $x^3+y^3=14$일 때, x^5+y^5의 값을 구하면?

① 12 ② 32 ③ 52 ④ 82 ⑤ 102

해설

$x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)\cdots(*)$

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$\therefore\ 14=8-6xy$

$\therefore\ xy=-1\cdots\cdots①$

$x^3+y^3=14\cdots\cdots②$

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4-2(-1)=6\cdots\cdots③$

①, ②, ③을 (*)에 대입하면

$x^5+y^5=6\times14-2=82$