

1. 수직선 위의 두 점 A(-2), B(4)에 대하여 P(-5)일 때,  $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

수직선 위의 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여  $\overline{PA} + \overline{PB}$ 를 구한다.

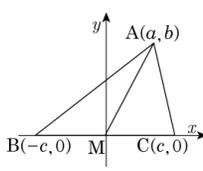
A(-2), B(4), P(-5)에 대하여

$$\overline{PA} = |-5 - (-2)| = 3, \overline{PB} = |-5 - 4| = 9$$

$$\therefore \overline{PA} + \overline{PB} = 3 + 9 = 12$$



3. 다음은  $\triangle ABC$  에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때,  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 을 증명하는 과정이다.



직선 BC를  $x$ 축, 중점 M을 지나고 변 BC에 수직인 직선을  $y$ 축으로 잡고, 세 꼭짓점 A, B, C의 좌표를 각각  $A(a, b)$ ,  $B(-c, 0)$ ,  $C(c, 0)$ 라 하면  
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (a+c)^2 + b^2 + (a-c)^2 + b^2 =$ (가) 이고,  
 $\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2$   
 따라서  $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 =$ (나)  
 $\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 =$ (다) $(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$

위

의 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ①  $a^2 + b^2 + c^2, a^2 + b^2 + c^2, 1$
- ②  $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 1$
- ③  $2(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 2$
- ④  $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 2$
- ⑤  $3(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 3$

**해설**

$A(a, b)$ ,  $B(-c, 0)$ ,  $C(c, 0)$ 이므로  
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$   
 $= \{(-c-a)^2 + (0-b)^2\} + \{(c-a)^2 + (0-b)^2\}$   
 $= (c^2 + 2ca + a^2 + b^2) + (c^2 - 2ca + a^2 + b^2)$   
 $= 2(a^2 + b^2 + c^2)$   
 $\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2$ 이므로  
 $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = a^2 + b^2 + c^2$   
 $\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$

4. 두 점  $A(2, 3)$ ,  $B(-1, -3)$  에 대하여  $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 외분하는 점 P 의 좌표는?

①  $P(4, 9)$                       ②  $P(4, -9)$                       ③  $P(-4, -9)$

④  $P(-4, 9)$                       ⑤  $P(9, 4)$

해설

$P(a, b)$  라 하면,

$$a = \frac{2 \cdot (-1) - 1 \cdot 2}{1} = -4,$$

$$b = \frac{2 \cdot (-3) - 1 \cdot 3}{1} = -9$$

$\therefore P(-4, -9)$

5. 세 점 A(-3, 2), B(4, 2), C(2, 8)을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게 중심의 좌표는?

① (0, 4)

② (2, 3)

③ (2, 4)

④ (1, 3)

⑤ (1, 4)

해설

$$\left( \frac{-3+4+2}{3}, \frac{2+2+8}{3} \right) = (1, 4)$$

6. 점 (1, 3) 을 지나고 기울기가 3 인 직선은?

①  $y = 3x$

②  $y = -x + 2$

③  $y = -2x + 3$

④  $y = -2x$

⑤  $y = \frac{1}{3}x + 2$

해설

$$y - 3 = 3(x - 1)$$

$$\Rightarrow \therefore y = 3x$$

7. 두 점 A(-1,3), B(2,4)을 이은 선분  $\overline{AB}$ 의 기울기는?

- ①  $\frac{1}{3}$       ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$\therefore m = \frac{4-3}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$$

8. 점 (2, 5)를 지나고  $x$  축에 평행한 직선이  $y = 3x - 4$  와 만나는 교점의 좌표는?

① (2, 2)

② (3, 5)

③ (4, 5)

④ (1, -1)

⑤ (1, 2)

해설

점 (2, 5)를 지나고  
 $x$  축에 평행한 직선의 방정식은  
 $y = 5$  이므로 구하는 교점은 두 직선

$$\begin{cases} y = 5 & \dots \textcircled{㉠} \\ y = 3x - 4 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{의 교점이다.}$$

이 때,  $\textcircled{㉠}$ 을  $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면  $5 = 3x - 4$

$$\therefore x = 3$$

따라서, 교점의 좌표는 (3, 5)이다.

9. 두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나고, 직선에 평행하고,  $x$  절편이 2 인 직선의 기울기를  $a$ ,  $y$  절편을  $b$  라 할 때  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나고

직선의 기울기는  $a = \frac{4-1}{3-2} = 3$

$\therefore y = 3(x-2)$

$y = 3x - 6$ 에서

$y$  절편은  $b = -6$  이므로

$\therefore a - b = 9$

10. 직선  $(1+k)x + (k-1)y = 2k$ 에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠  $k = 0$ 일 때, 직선  $y = x$ 와 일치한다.  
 ㉡  $k \neq 0$ 일 때, 직선  $y = -x + 2$ 와 일치한다.  
 ㉢  $k$ 의 값에 관계없이 점  $(1, 1)$ 을 지난다.

- ① ㉠                      ② ㉠, ㉡                      ③ ㉠, ㉢  
 ④ ㉡, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠  $k = 0$ 이면 주어진 직선은  $x - y = 0$ 으로  $y = x$ 와 일치한다.  
 ㉡  $k \neq 1$ 이면 주어진 직선은  $y = -\frac{k+1}{k-1}x + \frac{2k}{k-1}$ 이므로  $k \neq 0$ 일 때  $y = -x + 2$ 와 일치한다고 할 수 없다.  
 ㉢ 주어진 식을  $k$ 에 관하여 정리하면  $(x+y-2)k + (x-y) = 0$   
 $x+y-2 = 0$ ,  
 $x-y = 0$ 이면  $k$ 값에 관계없이 주어진 식이 성립한다.  
 즉  $k$  값에 관계없이  $(1, 1)$ 을 지난다.

11. 원점 O에서 직선 L:  $ax - y + 1 = 0$ 에 내린 수선의 길이가  $\frac{1}{2}$ 일 때 양수  $a$ 의 값은?

- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④  $\sqrt{5}$       ⑤ 3

해설

수선의 길이는 원점과 직선 L 사이의 거리이므로

$$\frac{|0 - 0 + 1|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 2$$

$$a^2 = 3$$

$$\therefore a = \sqrt{3} (\because a > 0)$$

12. 중심이  $(2, -1)$  이고, 반지름의 길이가  $\sqrt{5}$  인 원의 방정식은?

①  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$       ②  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$

③  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$       ④  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$

⑤  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5^2$

해설

중심이  $(2, -1)$ ,  $r : \sqrt{5}$  인 원  
 $\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

13. 원  $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ 의 중심의 좌표를  $(a, b)$  반지름의 길이를  $r$ 라 할 때,  $a + b + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 원의 방정식을 표준형으로 고치면

$$(x^2 - 10x + 25) + (y^2 - 2y + 1) = 25$$

$$\therefore (x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$$

따라서 중심의 좌표는  $(a, b) = (5, 1)$

반지름의 길이는  $r = 5$ 이므로

$$a + b + r = 5 + 1 + 5 = 11$$

14. 두 원  $O_1, O_2$ 의 중심거리가  $d = 7$ 이고, 그 각각 반지름의 길이  $r_1, r_2$ 가 2, 5일 때, 두 원은 어떤 위치관계에 있는가?

- ① 외접한다.                      ② 내접한다.  
③ 두 점에서 만난다.            ④ 만나지 않는다.  
⑤ 네 점에서 만난다.

해설

$d = r_1 + r_2$  이므로 두 원은 외접한다.

15.  $x^2 + y^2 = 10$  위의 점  $(-3, 1)$  에서 접하는 직선이 있다. 이 직선의 기울기를 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

원  $x^2 + y^2 = 10$  위의 점  $(-3, 1)$  에서의  
접선의 방정식은  $-3 \cdot x + 1 \cdot y = 10$   
따라서 이 직선의 기울기는 3

16.  $x$  축의 방향으로  $m$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $n$  만큼 옮기는 평행이동에 의하여 점  $(-2, 4)$  가 점  $(6, -2)$  로 옮겨진다. 이때, 상수  $m, n$  의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

점  $(-2, 4)$  를  $x$  축의 방향으로  $m$  만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $n$  만큼 옮기면  
 $(-2 + m, 4 + n)$  이고  
이 점이  $(6, -2)$  와 일치하므로  
 $-2 + m = 6 \quad \therefore m = 8$   
 $4 + n = -2 \quad \therefore n = -6$   
따라서, 구하는  $m, n$  의 값의 합은  $8 + (-6) = 2$

17. 직선  $2x - y + 1 = 0$  을  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  $y$  축의 방향으로  $a$  만큼 평행 이동한 식이  $2x - y - 4 = 0$  이다. 이 때,  $a$ 의 값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

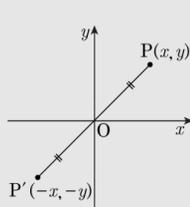
$$\begin{aligned}2(x - 3) - (y - a) + 1 &= 0 \\2x - y - 5 + a &= 0 \\ \therefore a &= 1\end{aligned}$$

18. 다음 중 좌표평면 위의 임의의 점  $P(x, y)$  를 원점에 대하여 대칭이동시키는 것을 나타낸 식은?

- ①  $f: (x, y) \rightarrow (-x, -y)$       ②  $f: (x, y) \rightarrow (-y, x)$   
③  $f: (x, y) \rightarrow (-x, y)$       ④  $f: (x, y) \rightarrow (x, y)$   
⑤  $f: (x, y) \rightarrow (y, x)$

**해설**

좌표 평면 위에 직선  $y = x$  위에 있지 않은 임의의 한 점을 잡아서 직접 원점에 대해 대칭시켜서 두 점의 좌표 사이의 관계를 찾아본다.  
다음 그림과 같이 좌표평면 위의 임의의 점  $P(x, y)$  을 원점에 대하여 대칭이동시키면 점  $P'(-x, -y)$  이 되므로 이를 옳게 나타낸 식은  $f: (x, y) \rightarrow (-x, -y)$  이다.



19. 좌표평면 위의 두 점  $P(a, 3)$ ,  $Q(1, a)$ 에 대하여  $\overline{PQ} = \sqrt{2}$  일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2} \text{이므로 } \sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2a^2 - 8a + 10 = 2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

20. 직선  $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선  $x-2y+10=0$ ,  $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을  $y=ax+b$ 라 할 때  $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선  $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{ 에서 } -\frac{1}{2}$$

또,  $x-2y+10=0$ ,  $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 1$$

$$\therefore 2a + b = 0$$

21. 두 점 A(-5, 1), B(3, 7) 을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을 (a, b), 반지름의 길이를 r 이라 할 때, a + b + r 의 값은?

① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

A(-5, 1) B(3, 7) 이 지름의 양끝이므로

$\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.

중점

$$M = \left( \frac{-5+3}{2}, \frac{1+7}{2} \right) = (-1, 4) = (a, b)$$

반지름

$$r = \sqrt{(-5+1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore a + b + r = -1 + 4 + 5 = 8$$

22. 두 원  $x^2 - 2x + y^2 + 3 = 0$  과  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$  에 대하여  
공통현의 방정식을 구하면?

①  $2x - y - 3 = 0$

②  $2x - 2y + 3 = 0$

③  $2x - 2y - 3 = 0$

④  $2x + 2y - 3 = 0$

⑤  $2x + 2y + 3 = 0$

해설

$$\begin{aligned}(x^2 - 2x + y^2 + 3) - (x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3) &= 0 \\ -4x + 4y + 6 &= 0 \\ \therefore 2x - 2y - 3 &= 0\end{aligned}$$

23. 원  $x^2 + y^2 = 13$  위의 점  $(2, 3)$  에서의 접선의 방정식을 구하면?

①  $2x + 3y + 13 = 0$

②  $2x + 3y - 13 = 0$

③  $3x + 2y + 13 = 0$

④  $3x + 2y - 13 = 0$

⑤  $3x - 2y - 13 = 0$

해설

$(2, 3)$ 이 원 위의 점이므로

$$2 \cdot x + 3 \cdot y = 13$$

$$\therefore 2x + 3y - 13 = 0$$

24. 원  $x^2 + y^2 = 5$  위의 점 A(1,2)에서 그은 접선의 방정식은?

①  $-2x + y + 5 = 0$

②  $-2x + y - 3 = 0$

③  $x - y + 5 = 0$

④  $x + 2y + 5 = 0$

⑤  $x + 2y - 5 = 0$

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \quad \therefore x + 2y - 5 = 0$

25. 원  $x^2 + y^2 = 9$  에 접하고 기울기가 4 인 접선의 방정식은  $y = 4x \pm k$  이다.  $k$  를 구하면? (단,  $k > 0$ )

- ①  $2\sqrt{7}$     ②  $2\sqrt{17}$     ③  $5\sqrt{13}$     ④  $3\sqrt{17}$     ⑤  $3\sqrt{7}$

해설

기울기가 주어진 접선의 방정식

$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$  에서

원  $x^2 + y^2 = 9$  에 접하고 기울기가 4 인 접선의 방정식은

$y = 4x \pm 3\sqrt{17}$  이다.