

1. 두 점 A(-4), B(6) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\overline{AB} = |6 - (-4)| = 10$$

2. 두 점 (8, 5), (3, -7) 사이의 거리를 구하면?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$\sqrt{(3-8)^2 + (-7-5)^2} = \sqrt{169} = 13$$

3. $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 에서 \overline{BC} 의 중점을 M 이라 할 때, \overline{AM} 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{21}$

해설

$\overline{BM} = 4$, $\overline{AM} = x$ 이므로 중선정리에 의해
 $7^2 + 5^2 = 2(x^2 + 4^2) \therefore x = \sqrt{21}$

4. 수직선 위의 두 점 A(2), B(6)을 이은 선분 AB를 3:1로 내분하는 점 P와 외분하는 점 Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

P(p), Q(q)라 하면

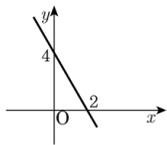
$$p = \frac{3 \cdot 6 + 1 \cdot 2}{3 + 1} = \frac{20}{4} = 5$$

$$q = \frac{3 \cdot 6 - 1 \cdot 2}{3 - 1} = \frac{16}{2} = 8$$

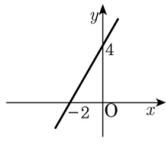
$$\therefore \overline{PQ} = |8 - 5| = 3$$

5. 다음 중 기울기가 -2 이고 y 절편이 4 인 직선의 그래프는?

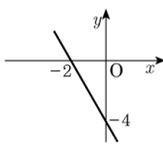
①



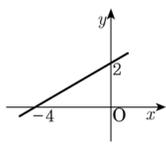
②



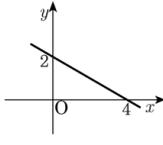
③



④



⑤



해설

y 절편이 4 인 그래프는 ①, ②번 그래프이고,
그 중에서 기울기가 -2 인 그래프는 ①번이다.

6. 두 점 (3, 1), (4, 3)을 지나는 직선의 방정식의 기울기와 y절편의 합은?

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$y = ax + b$$

$$(3, 1) \text{ 대입} \Rightarrow 1 = 3a + b$$

$$(4, 3) \text{ 대입} \Rightarrow 3 = 4a + b$$

두 식을 연립하면, $a = 2, b = -5$

$$y = 2x - 5$$

기울기: 2, y절편: -5

7. 다음 두 점 $(-3, 2), (-3, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 1$

② $y = 2$

③ $y = -3$

④ $x = 2$

⑤ $x = -3$

해설

$x = -3$ 인 직선이 된다.

8. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 이 직선 $3x + by + 1 = 0$ 과 수직이고, 직선 $x - (b + 3)y + 1 = 0$ 과 평행일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$x + ay - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{A},$$

$$3x + by + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$$x - (b - 3)y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{A} \perp \textcircled{B} : 1 \cdot 3 + a \cdot b = 0 \text{에서 } ab = -3$$

$$\textcircled{A} // \textcircled{C} : \frac{1}{1} = \frac{-(b+3)}{a} \neq \frac{1}{-1} \text{에서 } a + b = -3$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$$

9. 세 직선 $x+y-1=0$, $x+ay+3=0$, $x-y-3=0$ 이 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 직선 $x+y-1=0$, $x-y-3=0$ 의 교점을 구하면 $(2, -1)$ 이고,
이 점을 직선 $x+ay+3=0$ 이 지나면 되므로 $2+a \cdot (-1)+3=0$
 $\therefore a=5$

10. 원점 O에서 직선 $L : ax - y + 1 = 0$ 에 내린 수선의 길이가 $\frac{1}{3}$ 일 때 음수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

수선의 길이는 원점과 직선 L 사이의 거리이므로

$$\frac{|0 - 0 + 1|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 3$$

$$a^2 = 8$$

$$\therefore a = -2\sqrt{2} (\because a < 0)$$

11. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 의 반지름의 길이는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 &= 0 \\ \Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 &= 4 = 2^2\end{aligned}$$

12. 좌표평면에서 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이 있다. $(x, 15)$ 가 원 위의 점일 때, x 는?

① 10 ② 12.5 ③ 15 ④ 17.5 ⑤ 20

해설

두 점 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 의 중점 $(10, 0)$ 이 중심이고
반지름은 15인 원이므로
 $(x - 10)^2 + y^2 = 225$
 $(x, 15)$ 가 이 방정식을 만족시키므로 대입하면,
 $(x - 10)^2 + 15^2 = 225 \quad \therefore x = 10$

13. 두 원 $(x-2)^2 + y^2 = 10$, $x^2 + y^2 + y - 5 = 0$ 의 공통현을 포함하는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$(x-2)^2 + y^2 = 10$ 에서
 $x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0$ 이므로
두 원의 공통현을 포함하는 직선의 방정식은
 $x^2 + y^2 - 4x - 6 - (x^2 + y^2 + y - 5) = 0$
 $4x + y + 1 = 0, y = -4x - 1$
 $\therefore a = -4, b = -1$
 $\therefore a + b = -4 + (-1) = -5$

14. 다음은 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, k 의 값의 범위를 구하는 과정이다. (가), (나), (다)에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

$$x^2 + y^2 = 1 \dots \textcircled{가}$$

$$y = 2x + k \dots \textcircled{나}$$

②을 ①에 대입하여 식을 정리하면

$$5x^2 + 4kx + k^2 - 1 = 0 \dots \textcircled{다}$$

①과 ②이 서로 만나지 않으려면

$$D = (4k)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (k^2 - 1)$$

(가) 0
 $k^2(나)5 \quad \therefore$ (다)

- ① (가):> , (나):< , (다): $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$
 ② (가):= , (나):= , (다): $k = \pm\sqrt{5}$
 ③ (가):> , (나):< , (다): $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$
 ④ (가):> , (나):> , (다): $k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$
 ⑤ (가):< , (나):> , (다): $k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$

해설

(가): 원과 직선이 만나지 않으면 판별식이 0보다 작다.
 (나): 판별식을 정리하면, $k^2 > 5$
 (다): $k^2 - 5 > 0 \Rightarrow k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$

15. $x^2 + y^2 = 5$ 에 접하고, 기울기가 -2 이며, 제 1, 2, 4사분면을 지나는 접선의 방정식을 구하면?

① $y = -2x - \sqrt{5}$

② $y = -2x + 5$

③ $y = -2x - 3\sqrt{5}$

④ $y = -2x - 5$

⑤ $y = -2x - 5\sqrt{5}$

해설

기울기가 -2 인 직선의 방정식을 $y = -2x + c$ 라 하고, 직선과 원점간의 거리가 원의 반지름인 $\sqrt{5}$ 와 같으므로

$$\frac{|c|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore c = \pm 5$$

제 1, 2, 4사분면을 지나야 하므로

$$\therefore c = 5 \quad \therefore y = -2x + 5$$

16. 좌표평면 위의 점 $(-2, 3)$ 을 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동 시키면 점 (a, b) 이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$(x, y) \rightarrow (x+3, y-1)$$

$$\therefore (-2, 3) \rightarrow (1, 2)$$

17. 직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 직선 $2x + 3y + 2 = 0$ 이 된다. 이때, 상수 k 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면,
 $2(x + 2) + 3(y - k) + 7 = 0$
 $\therefore 2x + 3y + 11 - 3k = 0$
이 직선이 $2x + 3y + 2 = 0$ 과 일치하므로
 $11 - 3k = 2 \quad \therefore k = 3$

18. 좌표평면 위의 점 $(4, -2)$ 을 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시키면 점 (a, b) 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$y = x$ 대칭 : $x \rightarrow y, y \rightarrow x$

$\therefore (4, -2) \rightarrow (-2, 4) = (a, b)$ 에서 $a + b = 2$

19. A (4, 7), B (3, 2), C (5, 3), D (x, y)에 대하여 사각형 ABCD가 평행 사변형일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\left(\frac{4+5}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = \left(\frac{x+3}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$$

$$\therefore x+3=9, y+2=10$$

$$\therefore x=6, y=8$$

20. 세 점 A(2, 1), B(-k+1, 3), C(1, k+2)가 같은 직선위에 있도록 하는 실수 k의 값들의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 점 A(2, 1), B(-k+1, 3), C(1, k+2)가 같은 직선 위에 있으려면

직선 AB와 AC의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-1}{(-k+1)-2} = \frac{(k+2)-1}{1-2}$$

$$\frac{2}{-k-1} = \frac{k+1}{-1},$$

$$(k+1)^2 = 2,$$

$\therefore k = -1 \pm \sqrt{2}$ 따라서 구하는 합은 $(-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$

21. 세 점 A(-1, 0), B(2, -3), C(5, 3)에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax+y+b=0$ 이다. 이 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,
 $(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2$
 $= 2((x-5)^2 + (y-3)^2)$
 $2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$
 $= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$
 $18x + 18y - 54 = 0$
 $\Rightarrow x + y - 3 = 0$
 $\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$

22. 점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 점 $(0, -3)$ 을 지나는 원의 반지름의 길이가 5 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

해설

점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인
원의 방정식은 $\therefore (x-a)^2 + (y-1)^2 = 5^2$
이 점 $(0, -3)$ 을 지나므로 $(0-a)^2 + (-3-1)^2 = 25$
 $a^2 = 9 \quad \therefore a = 3, (\because a > 0)$

23. 이차방정식 $x^2+y^2+kx-2ky+k^2+k=0$ 의 그래프가 원을 나타내도록 상수 k 값의 범위를 구하면?

① $0 \leq k \leq 4$

② $\frac{1}{4} \leq k \leq 4$

③ $0 < k < 4$

④ $k \leq 0$ 또는 $k \geq 4$

⑤ $k < 0$ 또는 $k > 4$

해설

$$\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y - k)^2 = \frac{k^2}{4} - k$$

원이 되려면 $\frac{k^2}{4} - k > 0$ 이 성립해야 한다.

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(k-4)k > 0$$

$$\Rightarrow k < 0 \text{ 또는 } k > 4$$

24. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 원 O, O' 이 있다. 이 두 원의 반지름을 각각 r, r' 이라 하고 두 원의 중심 간의 거리를 d 라 할 때, 이 두 원의 성질을 옳게 나타낸 것은?

- ① $d > r + r'$
- ② $d < |r - r'|$
- ③ 공통외접선은 1개이다.
- ④ 공통내접선은 2개이다.
- ⑤ 두 원의 공통현은 1개이다.

해설

- ① $d < r + r'$
- ② $d > |r - r'|$
- ③ 공통외접선은 2개이다.
- ④ 공통내접선은 없다.

25. 중심이 원점이고, 직선 $2x - y + 5 = 0$ 에 접하는 원의 반지름의 길이는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

원의 반지름의 길이 r 는 원의 중심 $(0,0)$ 과 직선 $2x - y + 5 = 0$ 사이의 거리와 같으므로

$$r = \frac{|0 + 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}$$