

1. 두 점 A(-3), B(6) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\overline{AB} = |6 - (-3)| = 9$$

2. 두 점 A( $a$ , 1), B(4, -3) 사이의 거리가  $4\sqrt{5}$  일 때, 실수  $a$ 의 값들의 합은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(4-a)^2 + (-3-1)^2} = 4\sqrt{5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - 8a + 32 = 80, a^2 - 8a - 48 = 0$$

$$(a-12)(a+4) = 0$$

$$\therefore a = 12 \text{ 또는 } a = -4$$

$$\text{따라서 구하는 값은 } 12 - 4 = 8$$

3. 좌표평면에서 점 A(2, 1) 에 이르는 거리가 각각  $\sqrt{5}$  인 두 점이  $x$  축 위에 있다. 이 두 점 사이의 거리는?

① 2                      ②  $2\sqrt{3}$                       ③ 4                      ④  $3\sqrt{2}$                       ⑤ 5

해설

$x$  축 위의 점을 P( $x$ , 0) 이라 하면  $\overline{AP} = \sqrt{5}$  이므로  $\overline{AP}^2 = (x-2)^2 + (-1)^2 = 5$ ,  $x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 0$  또는  $x = 4$

따라서  $x$  축 위의 두 점은 (0, 0), (4, 0) 이므로 두 점사이의 거리는 4 이다

4. A(1, 2), B(3, -2) 을 3 : 2로 외분하는 점 C( $a, b$ ) 에 대하여  $a + b$  의 값은?

① -3      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 3

해설

외분점 구하는 공식을 이용한다.

C의 좌표는

$$\left( \frac{3 \times 3 - 2 \times 1}{3 - 2}, \frac{3 \times (-2) - 2 \times 2}{3 - 2} \right) = (7, -10)$$

$$\therefore a + b = -3$$

5. 세 점 A(3, 4), B(-2, -2), C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표가  $\left(2, \frac{2}{3}\right)$ 일 때, 점 C의 좌표는?

- ① (5, 0)                      ② (-5, 1)                      ③ (5, 1)  
④ (6, 0)                      ⑤ (-6, 1)

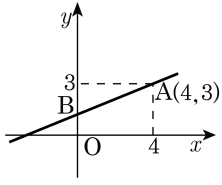
해설

C(a, b)라 하면

$$\left(2, \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{3-2+a}{3}, \frac{4-2+b}{3}\right)$$

$$\therefore (a, b) = (5, 0)$$

6. 기울기가  $\frac{1}{2}$  이고, 점 A(4, 3) 을 지나는 직선이 y 축과 만나는 점을 B(0, k) 라 할 때, 상수 k 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $k = 1$

해설

두 점 A, B 를 지나는 직선의 기울기가  $\frac{1}{2}$  이므로

$$(\text{기울기}) = \frac{3 - k}{4 - 0} = \frac{1}{2}$$

따라서  $k = 1$

7. 두 점 A(-1, 5), B(3, -3)을 지나는 직선의  $x$ 절편은 (        )이고,  $y$  절편은 (        )이다. 위의 (        )안에 알맞는 값을 모두 더하면?

- ㉠  $\frac{9}{2}$                       ㉡ 4                      ㉢  $\frac{7}{2}$                       ㉣ 3                      ㉤  $\frac{5}{2}$

해설

두 점 A(-1, 5), B(3, -3)을 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{-3-5}{3-(-1)}(x+1)+5 = -2x+3$$

따라서, 직선  $y = -2x+3$  의  $x$  절편과  $y$  절편을 각각 구하면,

$$y=0 \text{ 일 때 } x = \frac{3}{2},$$

$$x=0 \text{ 일 때 } y = 3$$

따라서, (        )안에 알맞는 값을 모두 더하면

$$\therefore \frac{3}{2}+3 = \frac{9}{2}$$

8. 점  $(-5, -2)$  를 지나고,  $y$  축에 평행한 직선을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = -5$

해설

$(-5, -2)$  를 지나고  $y$  축에 평행한 직선이므로  
 $\therefore x = -5$

9. 직선  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$  과 점  $(0, 1)$  에서 수직으로 만나는 직선의 방정식을  $y = mx + n$  이라 할 때,  $m^2 + n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1$  과 수직인 직선이므로

가울기  $m$  은  $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot m = -1$

$\therefore m = -\sqrt{3}$

따라서  $y = -\sqrt{3}x + 1$  이므로  $n = 1$

$\therefore m^2 + n = 4$

10. 다음은 두 직선  $x + y - 2 = 0, mx - y + m + 1 = 0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수  $m$ 의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

증명

$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$   
 $mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$   
 $\textcircled{㉡}$ 을  $m$ 에 대하여 정리하면  
 $(x + 1)m - (\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉠}) = 0$ 에서 이 직선은  $m$ 의 값에 관계없이 정점  $\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉡}$ 을 지난다.  
( i )  $\textcircled{㉡}$ 이 점  $(0, 2)$ 를 지날 때,  $m = \textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉢}$   
( ii )  $\textcircled{㉡}$ 이 점  $(2, 0)$ 를 지날 때,  $m = \textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉣}$   
따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 ( i ), ( ii )에서  $\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉤}$

- ①  $y - 1$
- ②  $(-1, 1)$
- ③  $1$
- ④  $-\frac{1}{3}$
- ⑤  $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$

해설

$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$   
 $mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$   
 $\textcircled{㉡}$ 을  $m$ 에 대하여 정리하면  
 $(x + 1)m - (\textcircled{y - 1}) = 0$ 에서 이 직선은  $m$ 의 값에 관계없이 정점  $\textcircled{(-1, 1)}$ 을 지난다.  
따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면  
( i )  $\textcircled{㉡}$ 이 점  $(0, 2)$ 를 지날 때,  $m = \textcircled{\hspace{1cm}} 1$   
( ii )  $\textcircled{㉡}$ 이 점  $(2, 0)$ 를 지날 때,  $m = \textcircled{\hspace{1cm}} -\frac{1}{3}$   
( i ), ( ii )에서  $\textcircled{-\frac{1}{3} < m < 1}$

11. 점  $(2, -3)$  과 직선  $3x - 4y + 1 = 0$  사이의 거리는?

- ①  $\frac{19}{5}$       ②  $\frac{14}{5}$       ③  $\frac{19}{4}$       ④  $\frac{16}{3}$       ⑤  $\frac{19}{7}$

해설

$$\therefore d = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{19}{5}$$

12. 원점을 중심으로 하고, 점 (3, -4)를 지나는 원의 방정식을 구하면?

- ①  $x^2 + 2y^2 = 41$       ②  $2x^2 + y^2 = 34$       ③  $x^2 + y^2 = 25$   
④  $x^2 + y^2 = 16$       ⑤  $x^2 + y^2 = 9$

해설

구하는 원의 반지름을  $r$  이라 하면

$$x^2 + y^2 = r^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

① 이 점 (3, -4) 를 지나므로

$$3^2 + (-4)^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 25$$

이 때, ①은  $x^2 + y^2 = 25$

13. 방정식  $2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y + 3 = 0$  은 원을 나타낸다. 반지름의 길이를 구하면?

①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ② 4      ③  $\sqrt{2}$       ④ 1      ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y + 3 &= 0 \\ \Rightarrow 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2(y^2 - 2y + 1 - 1) + 3 &= 0 \\ \Rightarrow 2(x + 1)^2 + 2(y - 1)^2 &= 1 \\ \Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 &= \frac{1}{2} \\ \therefore \text{반지름 길이 } \sqrt{\frac{1}{2}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

14. 지름의 양 끝점이 (3, 0), (5, 2)인 원의 방정식이  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r$ 이다.  $a + b + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

지름의 양 끝점의 중점의 원의 중심이므로,  
중심의 좌표는 (4, 1)이다.  
(지름의 길이) =  $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ 에서  
반지름의 길이는  $\sqrt{2}$   
따라서, 구하는 원의 방정식은  
 $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 2$

15. 두 원  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$  의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                         개

▷ 정답 : 1    개

**해설**

$A : x^2 + y^2 = 9$   
중심  $(0, 0)$  , 반지름의 길이 3  
 $B : (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$   
중심  $(4, 3)$  , 반지름의 길이 2  
두 원의 중심 사이의 거리를 구하면,  $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$   
 $\therefore$  중심 사이의 거리는 두 원의 반지름의 합과  
같다.  $\Rightarrow$  두 원은 외접한다, 교점의 개수 1 개

16. 점 P(1, 2) 를 점 P'(-1, 4) 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 (3, -2) 는 어떤 점으로 옮겨 지는가?

① (1, 1)

② (1, -1)

③ (1, 0)

④ (-1, 1)

⑤ (0, 1)

해설

$x$  축 방향으로  $-2$  만큼,  $y$  축 방향으로  $2$  만큼 평행이동  
 $(3 - 2, -2 + 2) = (1, 0)$

17. 평행이동  $T : (x, y) \rightarrow (x + 3, y + 2)$  에 의하여 직선  $y = 5x$  가 옮겨지는 도형의 방정식을 구하면?

①  $y = x - 5$

②  $y = 2x - 3$

③  $y = 3x - 9$

④  $y = 4x - 7$

⑤  $y = 5x - 13$

해설

$x$  대신  $x - 3$ ,  $y$  대신  $y - 2$  를 대입하면 되므로  
구하는 도형의 방정식은  $y - 2 = 5(x - 3)$   
 $\therefore y = 5x - 13$

18. 점  $A(-1, 2)$ 을 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B라 할 때, B의 좌표를 구하면?

①  $B(1, 2)$

②  $B(1, -2)$

③  $B(-1, -2)$

④  $B(2, -1)$

⑤  $B(-2, 1)$

해설

$y = x$  대칭은  $x$ 좌표를  $y$ 좌표로,  
 $y$ 좌표를  $x$ 좌표로 바꾸면 된다.

19. 두 직선  $2x + y - 7 = 0$ ,  $3x + 2y - 12 = 0$  의 교점을 지나고 직선  $8x + 5y = 0$  에 평행한 직선의 방정식은?

①  $y = -\frac{5}{8}x + \frac{5}{31}$     ②  $y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$     ③  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{5}$   
④  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{11}$     ⑤  $y = -\frac{5}{3}x + \frac{11}{31}$

해설

$$2x + y - 7 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$3x + 2y - 12 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} : x = 2, y = 3$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{의 교점} : (2, 3)$$

$$\text{구하는 직선의 기울기는 } -\frac{8}{5}$$

$$\left( \because y = -\frac{8}{5}x \text{ 와 평행하다. } \right)$$

$$\therefore \text{구하는 직선은 기울기 } -\frac{8}{5} \text{ 이고}$$

$$(2, 3) \text{ 을 지나므로}$$

$$y - 3 = -\frac{8}{5}(x - 2)$$

$$\therefore y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$$

20. 포물선  $y = x^2 - x + 1$  위의 점 중에서 직선  $y = x - 3$  에의 거리가 최소인 점을  $(a, b)$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

직선  $y = x - 3$  에 평행인 직선  $y = x + k$  와  
포물선  $y = x^2 - x + 1$  과의 접점이 구하는 점이다.

$x^2 - x + 1 = x + k$  에서  $\frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$

$\therefore k = 0$

이때,  $x = 1, y = 1$  이므로

구하는 점은  $(1, 1)$

$\therefore a = 1, b = 1$

$\therefore a + b = 2$

21. 이차방정식  $x^2 - ay^2 - 4x + 2y + k = 0$  이 원을 나타낼 때 두 괄호에 들어갈 알맞은 값의 합을 구하여라.

$a = ( \qquad ), k < ( \qquad )$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원의 방정식이 되기 위해서는  $x^2$  의 계수와  $y^2$  의 계수가 같아야 하므로  $a = -1$   
또한, 준식을 표준형으로 나타내면,  
 $x^2 - 4x + y^2 + 2y + k = 0$  에서  
 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - k$   
여기서,  $5 - k > 0$  이어야 하므로  $k < 5$

22. 중심이 (2, 3) 이고 y 축에 접하는 원의 방정식은?

- ①  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$       ②  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$   
③  $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$       ④  $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$   
⑤  $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 5$

해설

중심이 (2,3) 일 때 y 축에 접해야 하므로  
반지름의 길이는 2 이다.

23. 반지름의 길이가 각각 4 cm, 9 cm 인 두 원이 외접할 때, 공통외접선의 길이는?

① 8 cm      ② 10 cm      ③ 11 cm      ④ 12 cm      ⑤ 14 cm

해설

두 원이 외접하므로 중심 간의 거리는

13 cm 이다.

공통외접선의 길이는  $\sqrt{13^2 - (9 - 4)^2} = 12$

24. 점(2, 1)을 중심으로 하고, 직선  $x + y - 5 = 0$ 에 접하는 원의 반지름은?

① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④ 4      ⑤  $\sqrt{5}$

해설

원의 반지름  $r$ 은 점 (2, 1)에서  
직선  $x + y - 5 = 0$ 까지의 거리이므로

$$r = \frac{|2 + 1 - 5|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

25. 원  $x^2 + y^2 = 8$  과 직선  $y = x + k$  가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수  $k$  의 값의 범위를 구하면?

- ①  $-2 < k < 2$                       ②  $0 < k < 4$                       ③  $-4 < k < 0$   
④  $-2 < k < 0$                       ⑤  $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리  $d$  를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가  $2\sqrt{2}$  이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면  $d < r$  이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore -4 < k < 4$$