1. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a > b,\ c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a - b > 0,\ c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서 a, b의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

2. 부등식 $ax-b^2 > bx+a^2-8$의 해가 모든 실수이기 위한 a의 조건은?
(a, b는 실수)

① $a=b$이고 $-1 < a < 1$　　② $a=b$이고 $-2 < a < 2$

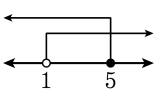
③ $a=b$이고 $-3 < a < 3$　　④ $a=b$이고 $-4 < a < 4$

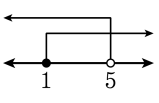
⑤ $a=b$이고 $-5 < a < 5$

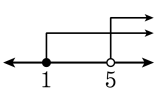
해설

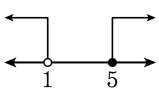
$ax-b^2 > bx+a^2-8$에서
$(a-b)x-b^2-a^2+8 > 0$이 모든 x에 대해서 성립해야 하므로
$a=b$
$\therefore -2a^2+8>0 \quad 2a^2<8$
$\therefore a^2<4$이므로 $-2<a<2$
즉 $a=b$이고 $-2<a<2$

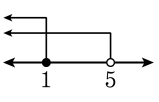
3. 연립부등식 $\begin{cases} 4x > 5x - 1 \\ 2x + 6 \le 5x - 9 \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$\begin{cases} 4x > 5x - 1 & \Rightarrow \ x < 1 \\ 2x + 6 \le 5x - 9 & \Rightarrow \ x \ge 5 \end{cases}$

$\therefore \ x < 1, \ x \ge 5$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x-10<4x+5 \\ 2(x-5)\le 3(2-2x) \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 A , 가장 작은 자연수를 B 라 할 때, $A-B$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

i) $x-10<4x+5$

$\Rightarrow\ x>-5$

ii) $2(x-5)\le 3(2-2x)$

$\Rightarrow\ 2x-10\le 6-6x$

$\Rightarrow\ 2x+6x\le 6+10$

$\Rightarrow\ x\le 2$

$-5<x\le 2$ 이므로 $A=2,\ B=1$

$\therefore\ A-B=2-1=1$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 0.7x - 1.2 \le 0.5x + 0.4 \\ \dfrac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 가장 큰 정수는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\begin{cases} 0.7x - 1.2 \le 0.5x + 0.4 \\ \dfrac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} 7x - 12 \le 5x + 4 \\ x + 2 < 9 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x \le 8 \\ x < 7 \end{cases}$

$\therefore x < 7$

따라서 가장 작은 정수는 6 이다.

6. 연립부등식 $3x-2<2x+4\le 4(5+x)$ 를 만족하는 x 의 값 중 정수의 개수는?

① 11 개 ② 12 개 ③ 13 개 ④ 14 개 ⑤ 15 개

해설

$3x-2<2x+4$ 에서 $x<6$ 이다.

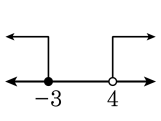
$2x+4\le 4(5+x)$

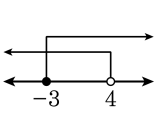
$2x\ge -16$

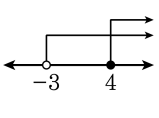
$x\ge -8$

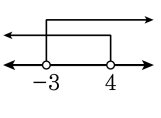
$\therefore\ -8\le x<6$

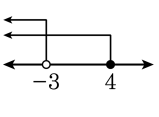
7. 연립부등식 $\begin{cases} 7x-10>2x+10 \\ 5x+3\le 2(x-3) \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$7x-10>2x+10,\ 5x>20,\ x>4$

$5x+3\le 2x-6,\ 3x\le -9,\ x\le -3$

$\therefore\ x\le -3,\ x>4$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-2 \le x+a \\ 2x-b \le 3x \end{cases}$ 의 해가 4 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\begin{cases} 3x-2 \le x+a & \cdots ① \\ 2x-b \le 3x & \cdots ② \end{cases}$ 이라 하면

①에서 $x \le \dfrac{a+2}{2}$

②에서 $x \ge -b$

$\therefore \ -b \le x \le \dfrac{a+2}{2}$

이 부등식의 해가 4 이려면 $4 \le x \le 4$ 이어야 하므로

$-b=4$ 에서 $b=-4$, $\dfrac{a+2}{2}=4$ 에서 $a=6$

따라서 $a-b=6-(-4)=10$ 이다.

9. 어느 연속하는 세 짝수의 합이 126 보다 크고 134 보다 작다고 할 때, 중간에 있는 수는 무엇인가?

① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

해설

연속하는 세 짝수 이므로 중간에 있는 수를 x 라고 잡으면 연속하는 세 수는 $x-2$, x , $x+2$ 라고 표현되고, 세 수의 합은 $3x$ 이다.

문제의 조건을 따르면, $\begin{cases} 3x > 126 \\ 3x < 134 \end{cases}$, 또는 $126 < 3x < 134$ 로 표현할 수 있다.

따라서 $\frac{126}{3} < x < \frac{134}{3}$ 이다.

이는 $42 < x < 44.666\cdots$ 이다.

x 는 짝수이므로 44 이다.

10. $-2 \le x \le -1$ 일 때, $A = \dfrac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \le A \le q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \le x \le -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$1 \le -x \le 2$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \le 2-x \le 4$

각 변의 역수를 취하면 $\dfrac{1}{4} \le \dfrac{1}{2-x} \le \dfrac{1}{3}$

각 변에 12 를 곱하면 $3 \le \dfrac{12}{2-x} \le 4$

$\therefore p = 3, q = 4$

$\therefore pq = 12$

11. 연립부등식 $\begin{cases} \dfrac{x-3}{4}+2>\dfrac{1}{2} \\ 0.15x-0.5 \geq 0.4x-0.05a \end{cases}$ 에 대하여 해가 없기 위한 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a \leq -5$

해설

$\dfrac{x-3}{4}+2>\dfrac{1}{2}$ (양변에 4 를 곱한다.)

$x-3+8>2$

$\therefore\ x>-3$

$0.15x-0.5 \geq 0.4x-0.05a$ (양변에 100 을 곱한다.)

$15x-50 \geq 40x-5a$

$-25x \geq -5a+50$

$x \leq \dfrac{5a-50}{25}$

$\therefore\ x \leq \dfrac{a}{5}-2$

해가 없으려면

$\dfrac{a}{5}-2 \leq -3$

$\dfrac{a}{5} \leq -1$

$\therefore\ a \leq -5$

12. 부등식 $0 \le x \le 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

부등식 $0 \le x \le 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 의 영역에 포함되어야하므로

$0 \le x \le 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \le x \le 2$ 에서

$f(x) \le 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \le 0$ 에서

$-2 \le a \le 2 \cdots$ ㉠

$f(2) = a^2 - 2a \le 0$ 에서

$0 \le a \le 2 \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 의 공통 범위를 구하면 $0 \le a \le 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$M - m = 2$

13. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$　② $m > -2$　③ $-2 < m < 2$

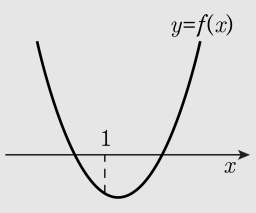
④ $m > 2$　⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore\ m > 5$



14. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $|x-2|<\sqrt{3}$의 해와 같을 때, 이차부등식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$의 해를 구하면?

① $0<x<1$　② $1<x<2$　③ $2<x<3$

④ $3<x<4$　⑤ $4<x<5$

해설

$|x-2|<\sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3}<x-2<\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt{3}<x<2+\sqrt{3}$

$ax^2+bx+c>0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0 (\because a<0)$

$-\frac{b}{a}=4, \frac{c}{a}=1 \Rightarrow b=-4a, c=a$

그러면 주어진 식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$에서

$ax^2+(-4a+a)x+a-4a+5a>0$

$ax^2-3ax+2a>0 (\because a<0)$

$x^2-3x+2<0$

$(x-2)(x-1)<0$

따라서 $1<x<2$

15. 어느 실험실의 용기에 100 g 의 소금물이 들어있다. 이 소금물의 농도는 현재 5.5 % 이다. 실험실에 하고자 하는 실험을 위해서는 소금물의 농도가 8 ~ 9 % 정도 유지되어야 한다고 한다. 이 수준을 유지하기 위해 최소 얼마만큼의 물을 증발시켜야 하는지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 31.25 g

해설

5.5% 의 농도를 지닌 100 g 의 소금물에 들어있는 소금의 양은

$100 \times \frac{5.5}{100} = 5.5\,\mathrm{g}$ 이다.

증발시켜야 하는 물의 양을 x 라 하면

농도를 8 ~ 9 % 로 유지해야 하므로

$8 \le \frac{5.5}{100-x} \times 100 \le 9$

$\therefore 31.25 \le x \le \frac{350}{9}$

따라서 최소 31.25 g 의 물을 증발시켜야 한다.