

1. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

2. 부등식 $ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 의 해가 모든 실수이기 위한 a 의 조건은?
(a, b 는 실수)

① $a = b$ 이고 $-1 < a < 1$

② $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

③ $a = b$ 이고 $-3 < a < 3$

④ $a = b$ 이고 $-4 < a < 4$

⑤ $a = b$ 이고 $-5 < a < 5$

해설

$$ax - b^2 > bx + a^2 - 8 \text{에서}$$

$$(a - b)x - b^2 - a^2 + 8 > 0 \text{이 모든 } x \text{에 대해서 성립해야 하므로}$$
$$a = b$$

$$\therefore -2a^2 + 8 > 0 \quad 2a^2 < 8$$

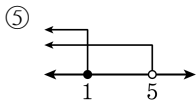
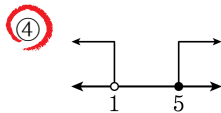
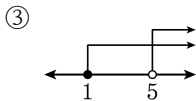
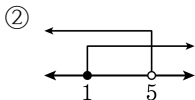
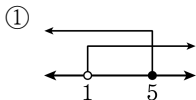
$$\therefore a^2 < 4 \text{ 이므로 } -2 < a < 2$$

$$\text{즉 } a = b \text{ 이고 } -2 < a < 2$$

3. 연립부등식
$$\begin{cases} 4x > 5x - 1 \\ 2x + 6 \leq 5x - 9 \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸

것은?



해설

$$\begin{cases} 4x > 5x - 1 & \Rightarrow x < 1 \\ 2x + 6 \leq 5x - 9 & \Rightarrow x \geq 5 \end{cases}$$

$$\therefore x < 1, x \geq 5$$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x - 10 < 4x + 5 \\ 2(x - 5) \leq 3(2 - 2x) \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰

정수를 A , 가장 작은 자연수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

i) $x - 10 < 4x + 5$

$$\Rightarrow x > -5$$

ii) $2(x - 5) \leq 3(2 - 2x)$

$$\Rightarrow 2x - 10 \leq 6 - 6x$$

$$\Rightarrow 2x + 6x \leq 6 + 10$$

$$\Rightarrow x \leq 2$$

$-5 < x \leq 2$ 이므로 $A = 2$, $B = 1$

$$\therefore A - B = 2 - 1 = 1$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 가장 큰 정수는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 7x - 12 \leq 5x + 4 \\ x + 2 < 9 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x < 7 \end{cases}$$

$$\therefore x < 7$$

따라서 가장 작은 정수는 6 이다.

6. 연립부등식 $3x - 2 < 2x + 4 \leq 4(5 + x)$ 를 만족하는 x 의 값 중 정수의 개수는?

① 11 개

② 12 개

③ 13 개

④ 14 개

⑤ 15 개

해설

$3x - 2 < 2x + 4$ 에서 $x < 6$ 이다.

$$2x + 4 \leq 4(5 + x)$$

$$2x \geq -16$$

$$x \geq -8$$

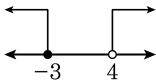
$$\therefore -8 \leq x < 6$$

7. 연립부등식
$$\begin{cases} 7x - 10 > 2x + 10 \\ 5x + 3 \leq 2(x - 3) \end{cases}$$

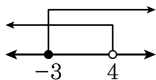
의 해를 수직선 위에 바르게 나타

낸 것은?

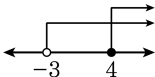
①



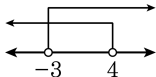
②



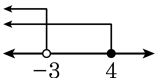
③



④



⑤



해설

$$7x - 10 > 2x + 10, 5x > 20, x > 4$$

$$5x + 3 \leq 2x - 6, 3x \leq -9, x \leq -3$$

$$\therefore x \leq -3, x > 4$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 2 \leq x + a \\ 2x - b \leq 3x \end{cases}$ 의 해가 4 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{cases} 3x - 2 \leq x + a & \cdots \textcircled{1} \\ 2x - b \leq 3x & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{ 이라 하면}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } x \leq \frac{a+2}{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } x \geq -b$$

$$\therefore -b \leq x \leq \frac{a+2}{2}$$

이 부등식의 해가 4 이려면 $4 \leq x \leq 4$ 이어야 하므로

$$-b = 4 \text{ 에서 } b = -4, \frac{a+2}{2} = 4 \text{ 에서 } a = 6$$

따라서 $a - b = 6 - (-4) = 10$ 이다.

9. 어느 연속하는 세 짝수의 합이 126 보다 크고 134 보다 작다고 할 때, 중간에 있는 수는 무엇인가?

① 38

② 40

③ 42

④ 44

⑤ 46

해설

연속하는 세 짝수 이므로 중간에 있는 수를 x 라고 잡으면 연속하는 세 수는 $x-2$, x , $x+2$ 라고 표현되고, 세 수의 합은 $3x$ 이다.

문제의 조건을 따르면,
$$\begin{cases} 3x > 126 \\ 3x < 134 \end{cases}, \text{ 또는 } 126 < 3x < 134 \text{ 로}$$

표현할 수 있다.

따라서 $\frac{126}{3} < x < \frac{134}{3}$ 이다.

이는 $42 < x < 44.666\cdots$ 이다.

x 는 짝수이므로 44 이다.

10. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$$1 \leq -x \leq 2$$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$

각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$

$$\therefore p = 3, q = 4$$

$$\therefore pq = 12$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-3}{4} + 2 > \frac{1}{2} \\ 0.15x - 0.5 \geq 0.4x - 0.05a \end{cases}$ 에 대하여 해가 없기 위한

a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \leq -5$

해설

$$\frac{x-3}{4} + 2 > \frac{1}{2} \text{ (양변에 4 를 곱한다.)}$$

$$x - 3 + 8 > 2$$

$$\therefore x > -3$$

$$0.15x - 0.5 \geq 0.4x - 0.05a \text{ (양변에 100 을 곱한다.)}$$

$$15x - 50 \geq 40x - 5a$$

$$-25x \geq -5a + 50$$

$$x \leq \frac{5a - 50}{25}$$

$$\therefore x \leq \frac{a}{5} - 2$$

해가 없으려면

$$\frac{a}{5} - 2 \leq -3$$

$$\frac{a}{5} \leq -1$$

$$\therefore a \leq -5$$

12. 부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되어야하므로

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) \leq 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$ 에서

$-2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{㉠}$

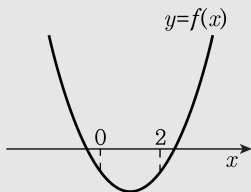
$f(2) = a^2 - 2a \leq 0$ 에서

$0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 \leq a \leq 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$M - m = 2$



13. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

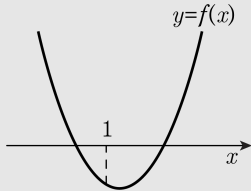
⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore m > 5$



14. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $|x - 2| < \sqrt{3}$ 의 해와 같을 때, 이차부등식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 의 해를 구하면?

① $0 < x < 1$

② $1 < x < 2$

③ $2 < x < 3$

④ $3 < x < 4$

⑤ $4 < x < 5$

해설

$$|x - 2| < \sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x - 2 < \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} < x < 2 + \sqrt{3}$$

$$ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 (\because a < 0)$$

$$-\frac{b}{a} = 4, \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow b = -4a, c = a$$

그러면 주어진 식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 에서

$$ax^2 + (-4a + a)x + a - 4a + 5a > 0$$

$$ax^2 - 3ax + 2a > 0 (\because a < 0)$$

$$x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$(x - 2)(x - 1) < 0$$

따라서 $1 < x < 2$

15. 어느 실험실의 용기에 100 g 의 소금물이 들어있다. 이 소금물의 농도는 현재 5.5 % 이다. 실험실에 하고자 하는 실험을 위해서는 소금물의 농도가 8 ~ 9 % 정도 유지되어야 한다고 한다. 이 수준을 유지하기 위해 최소 얼마만큼의 물을 증발시켜야 하는지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 31.25 g

해설

5.5% 의 농도를 지닌 100 g 의 소금물에 들어있는 소금의 양은

$$100 \times \frac{5.5}{100} = 5.5 \text{ g 이다.}$$

증발시켜야 하는 물의 양을 x 라 하면

농도를 8 ~ 9 % 로 유지해야 하므로

$$8 \leq \frac{5.5}{100 - x} \times 100 \leq 9$$
$$\therefore 31.25 \leq x \leq \frac{350}{9}$$

따라서 최소 31.25 g 의 물을 증발시켜야 한다.