1. $ax+b>0$의 해가 $x<2$일 때, $(a+b)x<5b$의 해는?

① $x>5$ ② $x>10$ ③ $x<1$
④ $x<5$ ⑤ $x<10$

해설

$ax+b>0$에서 $ax>-b$
해가 $x<2$이므로
$a<0$ ⋯⋯㉠
$-\frac{b}{a}=2$ ⋯⋯㉡
㉡을 정리하면 $b=-2a$ ⋯⋯㉢
㉢에서 $b=-2a$를 $(a+b)x<5b$에 대입하면
$(a-2a)x<5\cdot(-2a)$, $-ax<-10a$
㉠에서 $a<0$이므로 $x<10$

2. $3x-3 \le x-6$, $4x+6 \le 6x+9$을 모두 만족하는 x의 값은?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$3x-3 \le x-6$, $2x \le -3$

$\therefore\ x \le -\frac{3}{2}$

$4x+6 \le 6x+9$ 에서 $-3 \le 2x$

$\therefore\ -\frac{3}{2} \le x$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-1) \geq 2+4(2x-5) \\ 2(3-2x) < -x+10 \end{cases}$ 을 만족하는 양의 정수 x 의 개수는?

① 1 개 ② 3 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

i) $3(x-1) \geq 2+4(2x-5) \Rightarrow x \leq 3$

ii) $2(3-2x) < -x+10 \Rightarrow x > -\frac{4}{3}$

연립부등식의 해는 $-\frac{4}{3} < x \leq 3$ 이므로, 이를 만족하는 양의 정수 x 의 개수는 1, 2, 3 의 3 개이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 \le x - 6 \\ 2x + 3 \le 0.5(6x + 9) \end{cases}$ 의 해는?

① $x \le -\frac{3}{2}$ ② $x = -\frac{3}{2}$ ③ $x \ge -\frac{3}{2}$
④ $x \ge \frac{3}{2}$ ⑤ $x \le \frac{3}{2}$

해설

$i)$ $3x - 3 \le x - 6,\ x \le -\frac{3}{2}$

$ii)$ $2x + 3 \le 0.5(6x + 9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$20x + 30 \le 5(6x + 9)$, $x \ge -\frac{3}{2}$

$\therefore\ x = -\frac{3}{2}$

5. 부등식 $2(x-1) \le 5x+1 < 3(x+1)+1$ 을 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 정수와 가장 작은 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 2(x-1) \le 5x+1 \\ 5x+1 < 3(x+1)+1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x-5x \le 1+2 \\ 5x-3x < 3+1-1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \ge -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$-1 \le x < \frac{3}{2}$

가장 큰 정수 : 1

가장 작은 정수 : -1

$\therefore\ 1+(-1)=0$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+4<-2x+7 \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

① $-1 \leq a < 0$　　② $-1 < a \leq 0$　　③ $-2 \leq a < -1$

④ $-2 < a \leq -1$　　⑤ $-3 < a \leq -2$

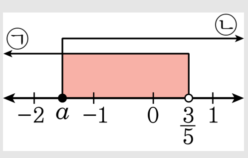
해설

$3x+4<-2x+7$ 에서

$x < \dfrac{3}{5}$　$\cdots$㉠

$x \geq a$　$\cdots$㉡

㉠, ㉡의 공통부분에 정수가 2 개 존재하도록 수직선 위에 나타내면



$\therefore -2 < a \leq -1$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5<3x+2 \\ \dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(i) $2x+5<3x+2$, $x>3$

(ii) $\dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2}$, $x<1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

8. 연립부등식

$$\begin{cases} x-4>3x-8 \\ 2x-a>x+5 \end{cases}$$ 가 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a<-2$ ② $a>-2$ ③ $a\le -3$
④ $a<-3$ ⑤ $a>-3$

해설

$x-4>3x-8$, $2>x$
$2x-a>x+5$, $x>a+5$
해가 존재하기 위해서 $a+5<2$
$\therefore a<-3$

9. 부등식 $|x-3| \geq 2$의 해로 다음 중 옳은 것은?

① $1 \leq x \leq 5$
② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$
③ $-1 \leq x \leq 5$
④ $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$
⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x-3| \geq 2$에서 $x-3 \geq 2$ 또는 $-(x-3) \geq 2$ $\therefore$ $x \geq 5$ 또는 $x \leq 1$

10. 사탕을 포장하는데 한 박스에 4 개씩 넣으면 12 개가 남고, 6 개씩 넣으면 3 개이상 5 개 미만이 남는다고 한다. 전체 사탕의 개수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 28 개

해설

묶음의 수를 x묶음이라 하면

사탕의 수 : $(4x + 12)$ 개

$6x + 3 \le 4x + 12 < 6x + 5$

$$\begin{cases} 6x + 3 \le 4x + 12 \\ 4x + 12 < 6x + 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x \le 9 \\ -2x < -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \le \frac{9}{2} \\ x > \frac{7}{2} \end{cases}$$

$\frac{7}{2} < x \le \frac{9}{2}$ 에서 x는 자연수이어야 하므로 $x = 4$

$\therefore$ 사탕의 수는 $4 \times 4 + 12 = 28$ (개)이다.

11. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진 순서쌍 $(x,\ y)$ 중 $x + y$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M + 2m$의 값을 구하면?

① -9　② -13　③ -18　④ -22　⑤ -26

해설

$1 < x + 5y < 5$ ⋯⋯ ㉠
$-2 < 2x + 7y < 3$ ⋯⋯ ㉡
㉠ $\times (-2) +$ ㉡을 하면
$-10 < -2x - 10y < -2$ ⋯⋯ ㉢
$-2 < 2x + 7y < 3$ ⋯⋯ ㉣
㉢ + ㉣ $= -12 < -3 < 1$
그러므로, $-\frac{1}{3} < y < 4$
그런데, y는 정수이므로 $y = 0,\ 1,\ 2,\ 3$
이것을 ㉠, ㉡에 대입하여 적합한 x의 값을 구하면
$(x,\ y) = (-3,\ 1),\ (-6,\ 2),\ (-7,\ 2),\ (-11,\ 3)$
따라서, $x + y$의 최댓값은$-3 + 1 = -2$이고,
최솟값은$-11 + 3 = -8$이다.
$\therefore M = -2,\ m = -8\ \ \therefore\ M + 2m = -18$

12. a, b, c는 실수이고, $a(a+b+c)>0$, $a(b+2a)<0$을 만족시킬 때, ab $\boxed{가}$ 0, $b(a+b+c)$ $\boxed{나}$ 0이다. 가, 나에 알맞은 기호를 차례로 쓰면?

① $<$, $<$

② $<$, $>$

③ $>$, $>$

④ $>$, $<$

⑤ 결정할 수 없다.

해설

$a(a+b+c)>0$에서 $a\neq 0$, $a+b+c\neq 0$임을 알 수 있다.
한편 $a(b+2a)=ab+2a^2<0$에서 $ab<-2a^2<0$이므로 $ab<0$이다.
또 $ab<0$이므로 $ab(a+b+c)^2<0$에서 $\{a(a+b+c)\}\{b(a+b+c)\}<0$이다.
그런데, $a(a+b+c)>0$이므로 $b(a+b+c)<0$이다.