1. $a > 0,\ b < 0,\ a + b < 0$일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a　② b　③ $a - b$　④ $-a$　⑤ $-b$

해설

$a > 0,\ b < 0$에서 $a > b,\ a - b > b$
$a + b < 0$에서 $b < -a,\ a < -b$
따라서 $b < -a < 0 < a < -b < a - b$ 이므로,
제일 큰 수는 $a - b$

2. x에 대한 부등식 $ax+b \le bx+a$에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단 a, b는 실수)

① $a > b > 0$일 때, 해는 $x \ge 1$이다.

② $a < b < 0$일 때, 해는 없다.

③ $a = b$ 일 때, 해는 모든 실수이다.

④ $a = b$ 일 때, 해는 없다.

⑤ $a = b$ 일 때, 해는 $x > 1$ 이다.

해설

$ax+b \le bx+a$ 에서 $(a-b)x \le a-b$

(i) $a > b$일 때, $a-b > 0$이므로 $x \le \dfrac{a-b}{a-b}$

$\therefore x \le 1$

(ii) $a = b$ 일 때, $a-b = 0$이므로 $0 \cdot x \le 0$

$\therefore$ 해가 무수히 많다

(iii) $a < b$일 때, $a-b < 0$이므로 $x \ge \dfrac{a-b}{a-b}$

$\therefore x \ge 1$

(i), (ii), (iii) 에서 해는 모든 실수

3. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5>4x-1 \\ 3-x \le 2x+6 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 4개

해설

정리하면 $x<3$, $-1 \le x$

$x=-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 이므로 4개이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 5(x-9) < 4x-7 \\ 4x-7 \leq 5(x-8) \end{cases}$ 을 만족하는 해집합 중에서 가장 작은 정수는?

① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

해설

$5x-45 < 4x-7$, $x < 38$
$4x-7 \leq 5x-40$, $33 \leq x$
$\therefore\ 33 \leq x < 38$

5. x가 자연수일 때, $0.6(2-x) \geq 0.5x - 1.1$를 만족하는 x의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$6(2-x) \geq 5x - 11$
$12 - 6x \geq 5x - 11$
$-11x \geq -23$
$\therefore\ x \leq \frac{23}{11}$
따라서 1, 2이다.

6. 부등식 $3x-2 \le 5x+8 \le 4x+a$ 의 해가 $b \le x \le 9$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 19 ⑤ 22

해설

$3x-2 \le 5x+8 \le 4x+a$

$\rightarrow \begin{cases} 3x-2 \le 5x+8 \\ 5x+8 \le 4x+a \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} 3x-5x \le 8+2 \\ 5x-4x \le a-8 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x \ge -5 \\ x \le a-8 \end{cases}$

$-5 \le x \le a-8$에서 $a-8=9$ 이므로 $a=17$

또한 $b=-5$

$\therefore\ a=17,\ b=-5$

따라서 $a+b=17-5=12$ 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 0.2x+1 \geq 0.7x \\ \dfrac{x}{2}-1 > \dfrac{x}{6}+\dfrac{1}{3} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 없다.

해설

(ⅰ) $0.2x+1 \geq 0.7x$, $x \leq 2$

(ⅱ) $\dfrac{x}{2}-1 > \dfrac{x}{6}+\dfrac{1}{3}$, $3x-6 > x+2$

$\therefore\ x > 4$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} 10-2x \geq 3x \\ x-a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$ ② $a \leq 2$ ③ $a \geq 5$
④ $a \leq 5$ ⑤ $2 < a < 5$

해설

$\begin{cases} 10-2x \geq 3x & \rightarrow\ 2 \geq x \\ x-a > -3 & \rightarrow\ x > a-3 \end{cases}$

$a-3 \geq 2$

$\therefore\ a \geq 5$

9. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$

$45 < 3x < 55$

$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \dfrac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \dfrac{55}{3}$

$\therefore \ x = 16,\ 17,\ 18$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

10. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1$, $\dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5$, $b=6$

$\therefore a+b=11$

11. 연립부등식 $\begin{cases} ax+3 \geq -1 \\ 9x-6 \geq 3x+7 \end{cases}$ 의 해가 $x=m$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{24}{13}$

해설

$9x-6 \geq 3x+7$, $6x \geq 13$

$x \geq \dfrac{13}{6}$

$ax+3 \geq -1$, $ax \geq -4$

$x \leq -\dfrac{4}{a}$

연립부등식의 해가 $x=m$ 이므로

$\dfrac{13}{6} = -\dfrac{4}{a}$, $-13a = 24$

$\therefore a = -\dfrac{24}{13}$

12. 모든 실수 x에 대해 이차부등식$x^2 - x(kx-3)+3>0$이 항상 성립하기 위한 정수 k의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$(1-k)x^2+3x+3>0$

$D=3^2-4\times(1-k)\times3<0$

$\therefore k<\dfrac{3}{12}=0.25$

최대 정수 $k=0$

13. $ax^2+bx+10>0$의 해가 $-2<x<5$가 되도록 하는 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$-2<x<5 \Leftrightarrow (x+2)(x-5)<0$

$x^2-3x-10<0\cdots$①

한편 $ax^2+bx+10>0$의 양변에 -1을 곱하면,

$-ax^2-bx-10<0\cdots$②

①과 ②의 계수를 비교하면 $a=-1, b=3$

$\therefore a+b=-1+3=2$

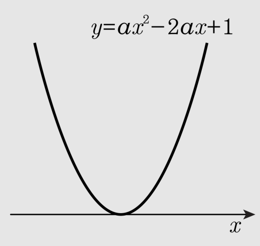
14. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면
$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$
(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0$ 에서 $a = 0$ 또는 $a = 1$
(i), (ii) 에서 $a = 1$

15. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1| < 3 \\ x^2 - x - 1 \geq 1 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x < 4$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $-1 \leq x \leq 2$

④ $-1 \leq x \leq 2$ 또는 $x > 4$

⑤ $-2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

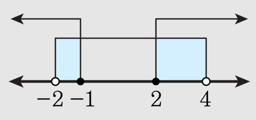
해설

$-3 < x - 1 < 3$,

$\therefore -2 < x < 4$

$x^2 - x - 2 \geq 0, (x-2)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$



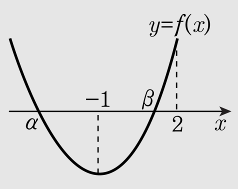
$\therefore -2 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$

16. 이차방정식 $x^2+2ax+a^2-1=0$의 두 근 α, β에 대하여 $\alpha<-1<\beta<2$가 성립할 때, 상수 α의 값의 범위는?

① $-2<a<0$ ② $-2<a<1$ ③ $0<a<2$
④ $1<a<2$ ⑤ $1<a<3$

해설

$f(x)=x^2+2ax+a^2-1$ 로 놓으면 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 되어야 한다.



즉, $f(-1)<0$, $f(2)>0$

(i) $f(-1)=1-2a+a^2-1<0$ 에서 $a^2-2a<0$, $a(a-2)<0$
$\therefore 0<a<2$

(ii) $f(2)=4+4a+a^2-1>0$ 에서 $a^2+4a+3>0$, $(a+3)(a+1)>0$
$\therefore a<-3$, $a>-1$

(i), (ii) 에서 $0<a<2$

17. 두 부등식 $ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0$, $|x| < |a|$의 해가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$|x| < |a|$ 에서 양변을 제곱하면
$x^2 < a^2$ 이므로
$x^2 - a^2 < 0 \cdots\cdots$ ㉠
㉠의 양변에 $a(a < 0)$ 를 곱하면
$ax^2 - a^3 > 0$ 이고
이것이 $ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0$ 과
일치해야 하므로
$a^2 - 1 = 0, b = -a^3$
$\therefore a = -1,\ b = 1$
$\therefore\ a + b = 0$

18. 관희는 집에서 김밥을 50개 만들었다. 아직 앞으로 10개를 더 만 들 수 있는 재료가 남아있는 데, 얼만큼을 더 만들지는 모르겠다고 한다. 김밥은 5개가 들어가는 도시락과 8개가 들어가는 도시락에 나누어 담을 생각이고, 도시락의 수는 10개로 하려고 한다. 김밥이 8개가 들어가는 도시락의 최소의 개수와 최대의 개수를 순서대로 나열한 것으로 옳은 것은?

① 0개 , 1개
② 0개, 2개
③ 1개, 2개
④ 0개, 3개
⑤ 2개, 3개

해설

8개가 들어가는 도시락의 수를 x 개라고 두면 5개가 들어가는 도시락의 수는 $(10-x)$ 개이다. 이를 이용하여 김밥의 개수를 식으로 나타내면 $8x+5(10-x)$ 개이다. 김밥의 개수는 최소 50개, 최대 60개가 될 것이므로, $50 \le 8x+5(10-x) \le 60$ 이고 연립방정식으로 나타내면, $\begin{cases} 60 \ge 8x+5(10-x) \\ 8x+5(10-x) \ge 50 \end{cases}$ 이다. 간단히 하면 $\begin{cases} x \le \frac{10}{3} \\ x \ge 0 \end{cases}$ 이다. x 의 범위를 나타내면 $0 \le x \le \frac{10}{3}$ 이다.

따라서 김밥이 8개 들어가는 도시락의 수는 최소 0개, 최대 3개이다.