

1. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$
- ② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$
- ③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- ④ $ac > bc$ 이면 $a > b, c > 0$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$

해설

- ① $a > 0 > b$ 인 경우에서 $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.
- ② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.
- ④ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$ 이면 $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.
- ⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면
$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \geq 0$$
$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \geq 0$$
$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$$
위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가
$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$
을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

2. $-1 \leq x \leq 2$, $-5 \leq y \leq -2$ 일 때, $3x - 2y$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -16 ② -8 ③ 8 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$-1 \leq x \leq 2 \text{ 이므로 } -3 \leq 3x \leq 6 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-5 \leq y \leq -2 \text{ 이므로 } 4 \leq -2y \leq 10 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면 $1 \leq 3x - 2y \leq 16$ 따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 16

3. 다음 식에서 연립했을 때, 해가 $-2 \leq x < 7$ 이 되도록 하는 부등식을 찾아라.

보기

㉠ $x < 9$

㉡ $x \leq 5$

㉢ $x < 7$

㉣ $x \geq -2$

▶ 답 :

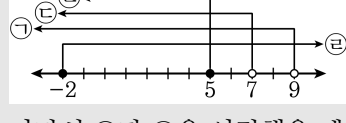
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

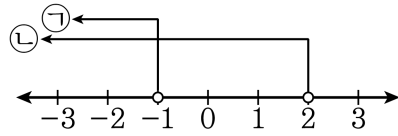
해설

수직선에 나타내보면 다음과 같다.



따라서 ㉢과 ㉣을 연립했을 때 $-2 \leq x < 7$ 의 해가 나온다.

4. 다음은 연립부등식 $\begin{cases} ax+b < 0 \cdots \textcircled{A} \\ cx+d > 0 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 나타낸 것이다. 이 때, 연립부등식의 해는?



- ☒ ① $x < -1$ ② $x < 2$ ③ $-1 < x < 2$
 ④ $-1 \leq x < 2$ ⑤ $x > -1$

해설

$x < -1$ 과 $x < 2$ 의 공통부분이 연립부등식의 해이다.
 $\therefore x < -1$

5. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{6}{5}$

③ $\frac{4}{3}$

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x+3 < 18 \\ -3x+2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{2}{3} < x < 3$ 을 만족하지 않는 것은 $\frac{1}{3}, 3$ 이다.

6. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases}$$

① $x > -2$

② $x \leq 1$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 < x \leq 1$

⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases} \Rightarrow -2 < x \leq 1$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 4x+1 \geq x+4 \\ 2x-2 > 8 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x \geq 1$ ③ $x < 1$ ④ $x > 5$ ⑤ $x \leq 5$

해설

$$\begin{aligned} 4x+1 &\geq x+4 \\ 3x &\geq 3, \quad x \geq 1 \\ 2x-2 &> 8 \\ 2x &> 10, \quad x > 5 \\ \therefore x &> 5 \end{aligned}$$

8. $-x + 5 \geq 3$, $2x - 3 \geq 7$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\emptyset$

해설

$-x + 5 \geq 3, x \leq 2$
 $2x - 3 \geq 7, x \geq 5$
 $\therefore$ 해는 없다.

9. $A < B < C$ 꼴의 문제를 풀 때 맞는 것은?

① $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$

② $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$

③ $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$

④ $\begin{cases} B < A \\ B < C \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} A < B \\ C < B \end{cases}$

해설

$A < B < C$ 꼴의 부등식은

$$\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$$

로 고쳐서 푼다.

10. 연립부등식 $3x + 7 < x + 11 \leq 10$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$3x + 7 < x + 11 \leq 10$$

$$\begin{cases} 3x + 7 < x + 11 \\ x + 11 \leq 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq -1$$

따라서 가장 큰 정수는 -1 이다.

11. 연립부등식 $4x - 3 < 2x + 5 < 3x + 8$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$4x - 3 < 2x + 5 < 3x + 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x - 3 < 2x + 5 \\ 2x + 5 < 3x + 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x < 8 \\ -x < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 < x < 4$$

가장 큰 정수는 3 이다.

12. 연립부등식 $-1 < 3x + 2 < 5$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$-1 < 3x + 2 < 5$$

$$-3 < 3x < 3$$

$$-1 < x < 1$$

$$a = -1, b = 1$$

$$a + b = 0$$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) > 5x+2 \\ -2(x+7) \leq 3x+21 \end{cases}$ 을 만족하는 해 중에서 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$3x - 6 > 5x + 2$, $x < -4$ 이고 $-2x - 14 \leq 3x + 21$, $5x \geq -35$, $x \geq -7$ 이므로 $-7 \leq x < -4$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -7 이고 가장 큰 정수는 -5 이므로 -12 이다.

14. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
 $D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
 $k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$
 $\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

15. 이차부등식 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 > 0$ 이 해를 가지지 않도록 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-1 < k < 1$
- ② $-1 \leq k \leq 1$
- ③ $-1 \leq k < 1$
- ④ $-2 < k < 1$
- ⑤ $-2 \leq k \leq 1$

해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수 x 에 대하여 $k-1 < 0$ 이고
 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 \geq 0$ 이어야 한다.
i) $k-1 < 0$ 에서 $k < 1$
ii) $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (k-1)^2 + 2(k-1) \leq 0, k^2 - 1 \leq 0$
 $(k+1)(k-1) \leq 0 \therefore -1 \leq k \leq 1$
i), ii)의 공통 범위를 구하면 $-1 \leq k < 1$

16. 이차부등식 $ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a < 0$

③ $a < 2$

④ $a < 4$

⑤ $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립하려면

i) $a < 0$

ii) $ax^2 + 4x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a + 2)(a - 2) > 0$$

$$\therefore a < -2 \text{ 또는 } a > 2$$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $a < -2$

17. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a < 7$

② $a > 9$

③ $6 < a \leq 9$

④ $6 \leq a < 9$

⑤ $7 < a < 9$

해설

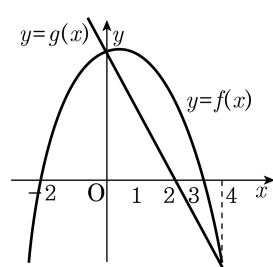
$x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19) > 0$ 이므로

이 부등식의 $D < 0$ 이다.

$$D = (a-5)^2 - 2(3a-19) = a^2 - 16a + 63 < 0$$

$$\therefore 7 < a < 9$$

18. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



- ① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$
 ③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$
 ⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
 함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
 위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
 구하는 해는 $0 < x < 4$

19. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ㉠ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
- ㉡ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
- ㉢ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
- ㉣ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
- ㉤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 & \cdots \textcircled{1} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\textcircled{2} \quad (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

20. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ |x - 1| \leq 3 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

- ① $-3 \leq x \leq 2$ ② $-2 \leq x \leq 2$ ③ $-1 \leq x \leq 2$
④ $0 \leq x \leq 2$ ⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$x^2 + x - 6 \leq 0$ 에서
 $(x + 3)(x - 2) \leq 0$
 $-3 \leq x \leq 2 \cdots (가)$
 $|x - 1| \leq 3$ 에서
 $-3 \leq x - 1 \leq 3$
 $-2 \leq x \leq 4 \cdots (나)$
 $(가), (나)$ 에서 $-2 \leq x \leq 2$

21. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

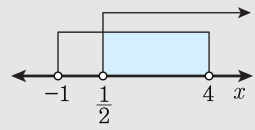
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3 개다.

22. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

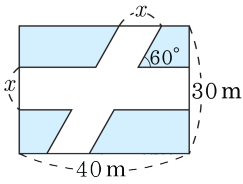
▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

23. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 60° 로 교차하도록 만들었다. 이때, 남은 땅의 넓이가 600 m^2 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



- ① 4m ② 6m ③ 8m ④ 10m ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면
 $S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$
 $\therefore x^2 - 70x + 600 \geq 0$
 $(x - 10)(x - 60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는
 $x \geq 60$ ($0 < x < 30$) 이 된다.
 그러므로 도로폭의 최대 길이는
 $0 < x \leq 10$ 이므로 10 m이다.

24. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \leq 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \leq 5$ 이 되도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \leq 0$

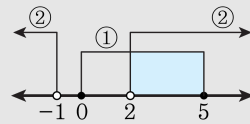
$\therefore 0 \leq x \leq 5 \dots\dots ①$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$\therefore x < -1, x > a \dots\dots ②$

①, ②를 동시에 만족하는 해가

$2 < x \leq 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.



25. 부등식 $|x^2 - 1| + 3x < 3$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 상수 $\alpha + \beta$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

절댓값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값을 경계로 하여 구간을 나누어 본다.

(i) $x^2 - 1 \geq 0$,

즉 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = x^2 - 1$ 이므로 주어진 부등식은

$x^2 - 1 + 3x < 3$, $x^2 + 3x - 4 < 0$

$(x + 4)(x - 1) < 0$

$\therefore -4 < x < 1$

이 때 조건에서 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 이므로

이를 만족하는 x 값의 범위는 $-4 \leq x \leq -1$

(ii) $x^2 - 1 < 0$,

즉 $-1 < x < 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = -x^2 + 1$ 이므로 주어진 부등식은

$-x^2 + 1 + 3x < 3$, $x^2 - 3x + 2 > 0$

$(x - 1)(x - 2) > 0$

$\therefore x < 1$ 또는 $x > 2$

이 때 조건에서 $-1 < x < 1$ 이므로

이를 만족하는 x 의 값의 범위는 $-1 < x < 1$

(i), (ii)로부터 주어진 부등식의 해는 $-4 < x < 1$

따라서 $\alpha = -4$, $\beta = 1$, $\alpha + \beta = -3$