

1. $-3a - 2 < -3b - 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$

② $-3a > -3b$

③ $5a - 3 > 5b - 3$

④ $3 - a > 3 - b$

⑤ $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$

해설

$-3a - 2 < -3b - 2 \cdots \text{㉠}$

(㉠ + 2) $\div (-3)$ 하면, $a > b$ 이다.

따라서 만족하는 식은 $5a - 3 > 5b - 3$

2. $a > b > 1$ 인 실수 a, b 에 대하여 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ② $\frac{a}{1-a} > \frac{b}{1-b}$ ③ $a+3 < b+3$
④ $a-1 < b-1$ ⑤ $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

해설

- ① 양변에 ab 를 곱하면 주어진 조건과 다르게 나온다.
- ② $1-a < 0, 1-b < 0$ 에서 $(1-a)(1-b) > 0$ 이므로 양변에 $(1-a)(1-b)$ 를 곱하면 $a(1-b) > b(1-a), a-ab > b-ab, a > b$ 주어진 조건에 만족한다.
- ③ 양변에 3을 빼주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
- ④ 양변에 1을 더해주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
- ⑤ $1+a > 0, 1+b > 0$ 이므로 $(1+a)(1+b)$ 를 양변에 곱하면 $a(1+b) < b(1+a)$
 $a+ab < b+ab$
 $a < b$
주어진 조건을 만족하지 않는다.

3. $3x + y = 1$ 이고 $1 \leq x \leq 5$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ 4

해설

$x = \frac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \leq x \leq 5$ 에 대입하면

$$1 \leq \frac{1-y}{3} \leq 5, \quad 3 \leq 1-y \leq 15$$

$$2 \leq -y \leq 14$$

$$\therefore -14 \leq y \leq -2$$

따라서 y 의 최댓값은 -2 , 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

4. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3 < 7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x-3 < 7 \cdots \text{㉠} \\ 5x+4 \geq x \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ 에서 $2x < 10, x < 5$

㉡ 에서 $4x \geq -4, x \geq -1$

$\therefore -1 \leq x < 5$

5. 다음을 연립부등식으로 나타낸 것 중 옳은 것은?

어떤 수 x 에서 4를 빼면 10 보다 작고, x 의 3 배에 3 를 더하면 22 보다 작지 않다.

- ① $\begin{cases} x-4 < 10 \\ 3x+3 > 22 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x-4 < 10 \\ 3x+3 < 22 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} x-4 < 10 \\ 3x+3 \geq 22 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x-4 > 10 \\ 3x+3 < 22 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} x+4 < 10 \\ 3x-3 \geq 22 \end{cases}$

해설

$$\begin{cases} x-4 < 10 \\ 3x+3 \geq 22 \end{cases}$$

문제의 뜻에 맞게 세운다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} x-4 < 2x+1 \\ 3x-6 \leq 3 \end{cases}$ 를 풀면?

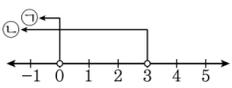
- ① $5 < x \leq 7$ ② $-5 < x \leq x7$ ③ $-5 < x \leq 3$
④ $-3 \leq x < 5$ ⑤ $-7 \leq x < -5$

해설

$$\begin{cases} x-4 < 2x+1 \\ 3x-6 \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -5 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$\therefore -5 < x \leq 3$$

7. 다음은 연립부등식 $\begin{cases} ax+b < 0 \cdots \textcircled{1} \\ cx+d > 0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 의 해를 수



직선 위에 나타낸 것이다. 이 때, 연립부등식의 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < 0$

해설

$x < 0$ 과 $x < 3$ 의 공통부분이 연립부등식의 해이다.
 $\therefore x < 0$

8. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 을 만족하는 정수를 모두 구하여라.

- ① $-1, 0, 1$ ② $0, 1, 2$ ③ $-1, 0, 1, 2$
④ $-2, -1, 0, 1$ ⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 $-1, 0, 1, 2$ 이다.

9. 부등식 $4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$ 를 풀면?

① $x \leq 2$

② $x \geq 2$

③ $2 \leq x < 6$

④ $x \leq 6$

⑤ $x \geq 6$

해설

$$4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$$

$$\rightarrow \begin{cases} 4 - x \leq 3x - 4 \\ 3x - 4 < 2x + 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -x - 3x \leq -4 - 4 \\ 3x - 2x < 2 + 4 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -4x \leq -8 \\ x < 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq x < 6$$

10. 연립부등식 $-5 \leq 2x - 1 < 3$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

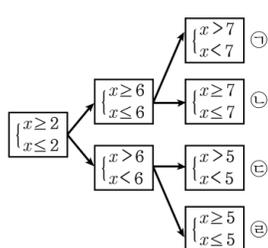
$$-5 \leq 2x - 1 < 3$$

$$-4 \leq 2x < 4, \quad -2 \leq x < 2$$

$$a = -2, \quad b = 2$$

$$\therefore a + b = 0$$

11. 다음은 해가 각각 다른 연립부등식이다. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 개수를 가지는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: ㉡

해설

$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 는 해가 한 개이므로 한 개 있는

$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$ 쪽으로 간다.

같은 방법으로 $\begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 7 \end{cases}$ 쪽으로 가게 된다.

그러므로 도착하는 곳은 ㉡이다.

12. 부등식 $|x-1|+|x+2|<9$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(i) $x < -2$ 일 때
 $-(x-1)-(x+2) < 9$
 $-x+1-x-2 < 9, x > -5$
 $\therefore -5 < x < 2$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때
 $-(x+1)+x+2 < 9, -x+1+x+2 < 9$
 $0 \cdot x < 6$ 이므로 $-2 \leq x < 1$ 인 범위의 모든 x 는 주어진 부등식의 해가 된다.
 $\therefore -2 \leq x < 1$

(iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $(x-1)+(x+2) < 9, x < 4$
 $\therefore 1 \leq x < 4$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5 < x < 4$
따라서 정수는 8개

13. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq -1, \frac{2}{3} < x < 1$ ② $-1 < x \leq -3, \frac{2}{3} \leq x < 2$
③ $-2 < x \leq 0, \frac{1}{3} < x < 1$ ④ $-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$
⑤ $-4 < x \leq -2, \frac{1}{3} < x < 1$

해설

$$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2 < 4 \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+2)(3x-2) \geq 0$ 이므로

$$x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq \frac{2}{3}$$

(나)에서 $-2 < x+1 < 2,$

$$-3 < x < 1 \text{ 이므로}$$

$$-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$$

14. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

- ① 해가 없다
- ② $x = 3$
- ③ $x \neq 3$ 인 모든 실수
- ④ $-3 < x < 3$
- ⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로
∴ ⑤ 모든 실수

15. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax - 4 \geq 0$ 이 성립하지 않을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $0 \leq a < 1$ 또는 $a > 3$

③ $-4 < a$

④ $-4 < a \leq 0$

⑤ $0 \leq a \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대해 주어진 식이 성립하지 않으려면 $a \leq 0$ 이고 $D/4 = a^2 + 4a < 0$ 이어야 한다. 따라서 $a(a+4) < 0$ 이므로 $-4 < a < 0$ 이고 $a = 0$ 일 때도 성립하지 않으므로 $-4 < a \leq 0$

16. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + ax + a$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 < a < 3$ ② $-2 < a < 4$ ③ $-2 < a < 6$
④ $2 < a < 4$ ⑤ $2 < a < 6$

해설

$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a + 3) > 0$
모든 실수 x 에 대하여 성립하려면
이차방정식 $x^2 + ax + (a + 3) = 0$ 의 판별식을
 D 라 할 때,
 $D < 0$ 이어야 하므로
 $D = a^2 - 4(a + 3) < 0$
 $a^2 - 4a - 12 < 0, (a - 6)(a + 2) < 0$
 $\therefore -2 < a < 6$

17. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

x 의 계수가 미지수이므로

i) $a = 0$ 일 때,

$3 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.

ii) $a \neq 0$ 일 때,

$ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수이려면

$$a > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, a(a - 3) < 0$$

$$\therefore 0 < a < 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통 범위를 구하면 $0 < a < 3$

i), ii)에서 $0 \leq a < 3$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2의 3개이다.

18. 모든 실수 x, y 에 대하여 $\sqrt{mx^2 - mx + 2}$ 가 0이 아닌 실수가 될 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $0 < m < 4$ ② $4 \leq m \leq 8$ ③ $0 \leq m < 8$
④ $4 < m \leq 8$ ⑤ $m \geq 8$

해설

$\sqrt{mx^2 - mx + 2}$ 가 0이 아닌 실수가 되려면 $mx^2 - mx + 2 > 0$ 이어야 한다.

i) $m = 0$ 일 때 $0 \cdot x^2 - 0 \cdot x + 2 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.

ii) $m \neq 0$ 일 때 $mx^2 - mx + 2 > 0$ 가 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하려면

$m > 0 \dots \text{㉠}$

또 이차방정식 $mx^2 - mx + 2 = 0$ 의 판별식을

D 라 할 때

$$D = (-m)^2 - 8m < 0, m(m-8) < 0$$

$$\therefore 0 < m < 8 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $0 < m < 8$

i), ii)에서 $0 \leq m < 8$

19. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

- ① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$ ② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$
 ③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$ ④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$
 ⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로
 $a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고
 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$
 양변에 a 를 곱하면
 $a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$
 $ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$
 $\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$
 따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면
 $a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$
 $\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$
 $(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$
 $\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} (\because 0 < \alpha < \beta)$

20. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4, k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6, k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

21. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2 - 6x + 1 \leq 0$

② $x^2 - 2x - 3 < 0$

③ $x^2 - x + 1 > 0$

④ $x^2 - 6x + 9 > 0$

⑤ $4x^2 - 4x + 1 < 0$

해설

① $(x - \frac{3 - \sqrt{7}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{7}}{2}) \leq 0$
 $\Rightarrow \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \leq x \leq \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$

② $(x + 1)(x - 3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$

③ $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x - 3)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x - 1)^2 < 0 \Rightarrow$ 해는 없다

22. 다각형의 내각의 합이 600° 이상 750° 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 육각형

해설

다각형의 내각의 합: $180^\circ(n-2)$

$$600^\circ \leq 180^\circ(n-2) \leq 750^\circ$$

$$600^\circ \leq 180^\circ n - 360^\circ \leq 750^\circ$$

$$960^\circ \leq 180^\circ n \leq 1110^\circ$$

$$5.3 \cdots \leq n \leq 6.16 \cdots$$

$$\therefore n = 6$$

24. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10%를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당 판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.
 올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면
 올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,
 판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로
 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$
 작년 판매 금액이 ab 이므로
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$
 이 부등식을 정리하면
 $9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$
 $(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$
 $\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$

25. x, y, z 는 실수이고, 두 관계식 $x+y+z = 2, 2x^2 - yz = 4$ 를 만족시킨다. 이 때 $xy + yz + zx$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$y + z = 2 - x, yz = 2x^2 - 4 \text{에서}$$

y, z 를 두근으로 하는 이차방정식은

$$t^2 - (2 - x)t + 2x^2 - 4 = 0 \text{이므로}$$

$$D = (2 - x)^2 - 4(2x^2 - 4) \geq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{10}{7}$$

따라서 $xy + yz + zx = yz + (y + z)x$

$$= (2x^2 - 4) + (2 - x)x$$

$$= (x + 1)^2 - 5 \text{에서 } x = -1 \text{일 때 최솟값 } -5$$