

1. 실수 a, b 에 대하여 $a > b$ 일 때, 다음 <보기> 중 항상 성립하는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $|a| > |b|$

㉡ $a^3 > b^3$

㉢ $a^2 > b^2$

㉣ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $a > 0 > b$ 인 경우에는 b 의 절댓값이 더 클 수도 있다.
㉢ ㉠과 같은 맥락에서 생각해 볼 수 있다.
㉣ 역시 $a > 0 > b$ 인 경우 역수를 취하여도 부등호 방향은 변하지 않는다.

2. $1 \leq x \leq 8$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $x - y$ 의 값의 범위는?

① $-9 \leq x - y \leq 10$

② $-4 \leq x - y \leq 6$

③ $-3 \leq x - y \leq 4$

④ $2 \leq x - y \leq 40$

⑤ $3 \leq x - y \leq 13$

해설

$$1 - 5 \leq x - y \leq 8 - 2$$

3. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$a - 2 > 0$

$x \geq \frac{4}{a - 2}$ 이므로 $\frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$

$\therefore a = 4$

4. 다음 연립부등식의 해 중 자연수의 개수가 가장 많은 연립부등식을 고르면?

① $\begin{cases} x \leq 1 \\ x > -1 \end{cases}$

② $\begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x > 2 \\ x > 4 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x \leq -1 \\ x > -5 \end{cases}$

해설

- ① $-1 < x \leq 1$ 이므로 자연수는 한 개이다.
- ② $2 < x < 3$ 이므로 자연수는 없다.
- ③ $x \leq 1$ 이므로 자연수는 한 개이다.
- ④ $x > 4$ 이므로 자연수는 5, 6, 7, 8... 이다.
- ⑤ $-5 < x \leq -1$ 이므로 자연수는 없다.

5. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3 < 7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 고르면? (정답 3 개)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x-3 < 7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$$

두 개의 부등식을 연립하면 $-1 \leq x < 5$ 이다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀어라.

① $-2 < x \leq 1$

② $1 < x \leq 2$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $1 < x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x > -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$\therefore -1 < x \leq 2$

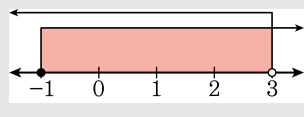
7. 부등식 $-5 \leq 2x - 3 < 3$ 을 만족하는 정수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$-5 \leq 2x - 3 < 3$$

$$\begin{cases} -5 \leq 2x - 3 \\ 2x - 3 < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x \leq 2 \\ 2x < 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x < 3 \end{cases}$$



따라서 $-1 \leq x < 3$ 을 만족하는 정수이므로
-1, 0, 1, 2로 4 개이다.

8. 부등식 $4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$ 를 풀면?

① $x \leq 2$

② $x \geq 2$

③ $2 \leq x < 6$

④ $x \leq 6$

⑤ $x \geq 6$

해설

$$4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 - x \leq 3x - 4 \\ 3x - 4 < 2x + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x - 3x \leq -4 - 4 \\ 3x - 2x < 2 + 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x \leq -8 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq x < 6$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$ 의 해는?

① $-3 < x < 3$

② $x < -3$

③ $x > 3$

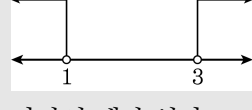
④ 해가 없다.

⑤ $-3 < x < 5$

해설

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-1 > 2 \\ 7x+5 < 2x+10 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 5x < 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$



따라서 해가 없다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} 4x-2 \geq -10 \\ 6-x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 6-x > 3 &\rightarrow x < 3 \\ 4x-2 \geq -10 &\rightarrow x \geq -2 \\ \therefore a+b &= -2+3=1 \end{aligned}$$

11. 부등식 $|x - 2| \leq 2x - 1$ 을 풀면?

① $x \geq 2$

② $x \geq -1$

③ $1 \leq x < 2$

④ $x \geq 1$

⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$ 인 경우

$$-x + 2 \leq 2x - 1$$

$$3 \leq 3x, 1 \leq x$$

이 범위에서의 해는 $1 \leq x < 2$ 이다.

(ii) $x \geq 2$ 인 경우

$$x - 2 \leq 2x - 1$$

$$-1 \leq x$$

이 범위에서 해는 $x \geq 2$ 이다.

따라서 x 의 범위는 $x \geq 1$ 이다.

12. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

13. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-3 < x < 3$ ② $-3 < x \leq -2$ ③ $-3 < x \leq 2$
④ $-2 < x \leq 2$ ⑤ $-1 < x \leq -2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 9 < 0 & \dots (가) \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 & \dots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+3)(x-3) < 0$

$\therefore -3 < x < 3$

(나)에서 $(x+2)(x-4) \geq 0$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 4$

따라서 공통 범위를 구하면

$-3 < x \leq -2$

14. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

- ① 7 개 ② 8 개 ③ 9 개 ④ 10 개 ⑤ 11 개

해설

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x-1)^2 > 0$

$\therefore x \neq 1$ 인 모든 실수

(나)에서 $(2x+3)(x-6) \leq 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} \leq x \leq 6, x \neq 1$$

이 범위를 만족하는 정수는

-1, 0, 2, 3, 4, 5, 6이다.

15. 연립부등식 $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 \\ 2x^2 + x - 3 < 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq \frac{1}{2}$ ② $-2 < x \leq 1$ ③ $-\frac{3}{2} < x \leq 1$
④ $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$ ⑤ $1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 + x - 3 < 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(2x - 1)(x + 2) \leq 0$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

(나)에서 $(2x + 3)(x - 1) < 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

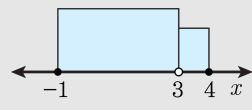
따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$$

16. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0 \\ x^2 - 3x - 4 \leq 0 \end{cases}$ 의 해를 바르게 구한 것을 고르면?
- ① $-1 \leq x < 4$ ② $3 < x \leq 4$
- ③ $-1 \leq x < 3$ ④ $-1 \leq x < 3$ 또는 $3 < x \leq 4$
- ⑤ 해가 없다

해설

$$\begin{cases} (x-3)^2 > 0 & : x \neq 3 \text{인 모든 실수} \\ (x-4)(x+1) \leq 0 & : -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$



$$\therefore -1 \leq x < 3 \text{ 또는 } 3 < x \leq 4$$

17. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

18. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \leq 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \leq x \leq 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면

방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0, \quad k(k - 2) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 2$$

19. $x^2 - 2ax + 2a + 3 < 3$ 을 만족하는 x 가 없도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

$x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

모든 실수 x 에 대하여

$x^2 - 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2a + 3) \leq 0, (a - 3)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서, 구하는 정수 a 의 개수는

-1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

20. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$
- ② $-7 < x < -5$
- ③ $-7 < x < 5$
- ④ $5 < x < 7$
- ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$, $140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$
 $\textcircled{가}$ 를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

21. 다음 부등식을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수는?

$$x^2 < 3x + 40, \quad 3x^2 - 7x \geq 40$$

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$x^2 < 3x + 40, \quad x^2 - 3x - 40 < 0,$
 $(x - 8)(x + 5) < 0, \quad -5 < x < 8$
 $3x^2 - 7x \geq 40, \quad 3x^2 - 7x - 40 \geq 0$
 $(3x + 8)(x - 5) \geq 0,$
 $x \geq 5 \text{ 또는 } x \leq -\frac{8}{3} \rightarrow$
공통범위는 $-5 < x \leq -\frac{8}{3}, \quad 5 \leq x < 8$
정수는 $-4, -3, 5, 6, 7 : 5$ 개이다.

22. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x > -1$

② $-4 < x < -1$

③ $0 < x < 4$

④ $1 < x < 4$

⑤ $-4 < x < 3$

해설

$$x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 4) < 0 \\ \Rightarrow -4 < x < 1$$

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 3) > 0 \\ \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

$\therefore$ 공통부분을 구하면 $-4 < x < -1$

23. $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \leq \beta$ 일 때,
 $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 3x \leq 0$ 에서
 $x(x - 3) \leq 0$ 이므로
 $0 \leq x \leq 3 \cdots (가)$
 $x^2 - 5x + 4 < 0$ 에서
 $(x - 1)(x - 4) < 0$ 이므로
 $1 < x < 4 \cdots (나)$
 $(가), (나)$ 에 의해
 $1 < x \leq 3$ 이므로
 $\alpha = 1, \beta = 3$
 $\therefore \alpha + \beta = 4$

24. 이차부등식 $x^2 - 2x - 3 > 3|x - 1|$ 의 해가 이차부등식 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해와 같을 때, 실수 a, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

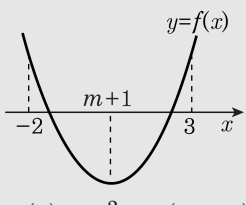
1) $x \geq 1$ 일 때,
 $x^2 - 2x - 3 > 3x - 3, x^2 - 5x > 0$
 $x(x - 5) > 0, x < 0$ 또는 $x > 5$
 $\therefore x > 5$
2) $x < 1$ 일 때,
 $x^2 - 2x - 3 > -3x + 3, x^2 + x - 6 > 0$
 $(x + 3)(x - 2) > 0, x < -3$ 또는 $x > 2$
 $\therefore x < -3$
1), 2)에서 $x < -3$ 또는 $x > 5$
한편 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해가
 $x < -3$ 또는 $x > 5$ 이므로
 $a < 0$ 이고, $ax^2 + 2x + c = a(x + 3)(x - 5)$ 이다.
 $ax^2 + 2x + c = ax^2 - 2ax - 15a$ 에서
 $a = -1, c = 15 \quad \therefore a + c = 14$

25. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m+3 = 0$ 의 두 실근이 -2 와 3 사이에 있을 때, 정수 m 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설



$f(x) = x^2 - 2(m+1)x + m+3$ 으로 놓으면

(i) $\frac{D}{4} = (m+1)^2 - (m+3) \geq 0$ 에서

$(m-1)(m+2) \geq 0$

$\therefore m \leq -2$ 또는 $m \geq 1$ ㉠

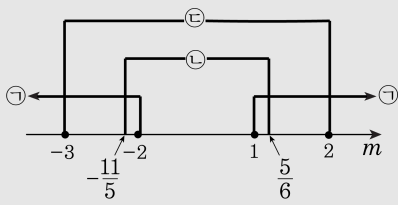
(ii) $f(-2) = 5m+11 > 0$ 에서

$m > -\frac{11}{5},$

$f(3) = 6-5m > 0$ 에서 $m < \frac{6}{5}$

$\therefore -\frac{11}{5} < m < \frac{6}{5}$ ㉡

(iii) 대칭축의 위치



$-2 < m+1 < 3$

$\therefore -3 < m < 2$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-\frac{11}{5} < m \leq -2$ 또는 $1 \leq m < \frac{6}{5}$

따라서, 정수 m 은 $-2, 1$ 두 개다.