

1. $a < b$ 일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a + 2 \square b + 2$	㉡ $-a - 4 \square -b - 4$
㉢ $\frac{1}{2}a + 3 \square \frac{1}{2}b + 3$	㉣ $-\frac{a}{3} \square -\frac{b}{3}$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도
부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a + 3 < \frac{1}{2}b + 3$
㉡ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로
 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

2. $3 \leq x \leq 12$, $1 \leq y \leq 3$ 일 때, $x - y$ 의 범위는?

① $4 \leq x - y \leq 15$

② $-3 \leq x - y \leq 12$

③ $0 \leq x - y \leq 11$

④ $3 \leq x - y \leq 36$

⑤ $3 \leq x - y \leq 40$

해설

$3 \leq x \leq 12$, $1 \leq y \leq 3$ 를 $x - y$ 에 대입하면

$$3 - 3 \leq x - y \leq 12 - 1$$

3. 부등식 $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$$

4. 부등식 $ax + 1 > 3x + 2a$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(a - 3)x > 2a - 1$ 이므로
먼저 $a = 3$ 인 경우를 생각하면
(좌변)=0, (우변)=5가 되어 부등식이 성립하지 않는다.
따라서 $a \neq 3$ 인 경우만 생각하면 된다.
(i) $a > 3$ 이면 $x > \frac{2a-1}{a-3}$ 이 되어 $x < 1$ 의 형태가 될 수 없다.
(ii) $a < 3$ 이면 $x < \frac{2a-1}{a-3} = 1$ 에서 $2a - 1 = a - 3 \therefore a = -2$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 > -3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases}$ 의 해는?

① $1 < x \leq 2$

② $1 \leq x < 2$

③ $x > 2$

④ $-1 \leq x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x-1 > -3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases} \Rightarrow -1 < x \leq 2$$

6. 부등식 $-2 < -2(x-1) < 8$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 < x < 2$

해설

$$-2 < -2(x-1) < 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 < -2(x-1) \\ -2(x-1) < 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 < x < 2$$

7. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

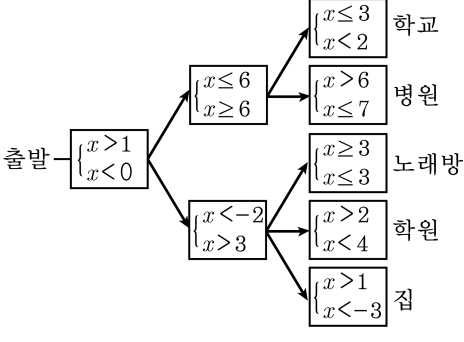
만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

8. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 형태를 갖는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 집

해설

$\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ 은 해가 없다. 따라서 해가 없는 것을 따라 가야 한다.

$\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$ 의 해는 $x = 6$ 이므로 해가 있다.

$\begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ 의 해는 없다. 따라서 이쪽으로 가고, $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases}$ 의

해는 $x = 3$ 이다. $\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \end{cases}$ 의 해는 $2 < x < 4$ 이고 $\begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$

은 해가 없으므로 마지막 집을 향해 가고 있음을 알 수 있다

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a-3 \end{cases}$$

해가 없으므로 $a-3 \leq 2$

$$\therefore a \leq 5$$

a 의 최댓값은 5 이다.

10. 어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배 하면 20 보다 크고, 어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다고 한다. 어떤 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

어떤 정수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만들어 본다. ‘어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배하면 20 보다 크고’ 를 식으로 표현하면, $5(x - 10) > 20$ 이고, ‘어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다’ 를 식으로 표현하면, $2x - 4 < 28$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 5(x - 10) > 20 \\ 2x - 4 < 28 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x > 14 \\ x < 16 \end{cases}$$
 따라서 $14 < x < 16$ 이다.

x 는 정수이므로 15 이다.

11. 부등식 $|x-1|+|x-2|<3$ 을 풀면?

- ① $-1 < x < 4$ ② $-1 < x < 2$ ③ $0 < x < 1$
④ $0 < x < 2$ ⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때
 $-(x-1)-(x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$
그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$
(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때
 $(x-1)-(x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$
 $\therefore$ 모든 x 에 대해 성립
그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$
(iii) $x \geq 2$ 일 때
 $(x-1)+(x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$
그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$
(i), (ii), (iii)에서 $0 < x < 3$

12. 부등식 $|7 - 3x| > 2$ 를 풀면?

① $x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

② $x < \frac{5}{2}$ 또는 $x > 2$

③ $x < \frac{4}{5}$ 또는 $x > 4$

④ $x < 1$ 또는 $x > 3$

⑤ $x < \frac{5}{6}$ 또는 $x > 6$

해설

$|7 - x| > 2$ 에서

$7 - 3x > 2$ 또는 $7 - 3x < -2$

$-3x > -5$ 또는 $-3x < -9$

$\therefore x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

13. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

- ① $-15 < x < 12$ ② $-15 < x < 5$ ③ $-7 < x < 5$
④ $-7 < x < 2$ ⑤ $-5 < x < 7$

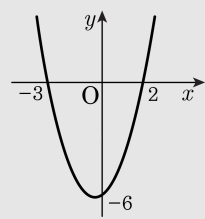
해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x+7)(x-5) < 0 \\ \therefore -7 < x < 5$$

14. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

- ① $x < -3$ 또는 $x > 2$ ② $x < -2$ 또는 $x > 3$
③ $x < -1$ 또는 $x > 4$ ④ $x < 0$ 또는 $x > 5$
⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

15. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x < 3 \end{cases}$ 의 해 중에서

정수인 것의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$x^2 - 4x - 5 \leq 0 \iff (x+1)(x-5) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 5 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$2x^2 - 5x < 3 \iff 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$\iff (2x+1)(x-3) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{의 공통 범위는 } -\frac{1}{2} < x < 3$$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3개다.

16. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$$x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$$(2x - 1)(x - 1) > 0$$

$$\therefore x > 1 \quad \text{또는} \quad x < \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$$\therefore x > 2$$

17. 부등식 $x^2 + x + m \geq 0$ 의 x 의 값에 관계없이 성립할 때, 실수 m 의 최솟값은?

① -4 ② 0 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$x^2 + x + m \geq 0$ 이 x 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$x^2 + x + m = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = 1^2 - 4m \leq 0 \quad \therefore m \geq \frac{1}{4}$$

따라서 실수 m 의 최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

18. $a(x^2 - 2x + 2) > 2x$ 을 만족하는 x 가 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \leq 1 - \sqrt{2}$ ② $a \leq 1$ ③ $a \leq 1 + \sqrt{2}$
④ $0 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq \sqrt{2}$

해설

모든 실수 x 에서 $ax^2 - 2(a+1)x + 2a \leq 0$

i) $a \leq 0$

ii) $D/4 = (a+1)^2 - 2a^2 = -a^2 + 2a + 1 \leq 0$

$a^2 - 2a - 1 \geq 0$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$ 또는 $a \geq 1 + \sqrt{2}$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$

19. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

- ① $p < q$
- ② $p^2 \leq q$
- ③ $p \leq q^2$
- ④ $p^2 \leq 4q$
- ⑤ $p^2 \geq 4q^2$

해설

모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + pxy + qy^2 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때
 $D = (py)^2 - 4qy^2 \leq 0$
 $(p^2 - 4q)y^2 \leq 0 \cdots \textcircled{\tiny 1}$
 $\textcircled{\tiny 1}$ 이 모든 실수 y 에 대하여 성립하려면
 $p^2 - 4q \leq 0$ 이어야 한다.
 $\therefore p^2 \leq 4q$

20. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

21. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2+7x-10 \geq 0$$

$$x^2-7x+10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

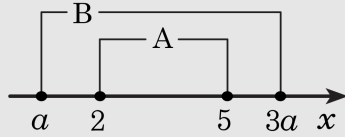
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2, 3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

22. 연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x + 4 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

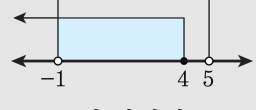
$$\textcircled{㉠} 2x \leq x + 4,$$

$$\therefore x \leq 4$$

$$\textcircled{㉡} x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 5$$



$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 범위의

공통범위는 $-1 < x \leq 4$

$\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

23. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots ①$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \dots\dots ②$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

24. 연립부등식

$$\begin{cases} -4x - 15 \leq 1 \\ 3x + a < x \end{cases}$$

의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해는 $-4 \leq x < 4$ 이다.

$$-4x - 15 \leq 1$$

$$-4x \leq 16$$

$x \geq -4$ 이므로

$3x + a < x$ 의 해는 $x < 4$ 이다.

$$2x < -a \Rightarrow x < -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{a}{2} = 4 \quad \therefore a = -8$$

25. x 의 이차방정식 $mx^2 + 2(1 - 2m)x + m = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 m 의 범위를 구하면?

- ① $0 < m < \frac{1}{3}$
- ② $m < \frac{1}{3}, m > 1$
- ③ $m < 0, 0 < m < \frac{1}{3}, m > 1$
- ④ $m < 0, m > 1$
- ⑤ $\frac{1}{3} < m < 1$

해설

이차방정식이므로 $m \neq 0 \dots \textcircled{\tiny 1}$

$\frac{D}{4} = (1 - 2m)^2 - m^2 > 0$ 에서

$(m - 1)(3m - 1) > 0, m < \frac{1}{3}, m > 1 \dots \textcircled{\tiny 2}$

$\textcircled{\tiny 1}, \textcircled{\tiny 2}$ 에서 $m < 0, 0 < m < \frac{1}{3}, m > 1$