

1.  $1999 \times 2001$ 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

①  $m(a + b) = ma + mb$

②  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

④  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤  $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000 - 1) \times (2000 + 1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

2.  $x$ 의 값에 관계없이 등식  $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수  $a, b, c$ 의 합  $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① 1      ② 3      ③ 6      ④ 9      ⑤ 12

해설

준식에

$$x = 0 \text{을 대입하면 } -18 = -6a \text{에서 } a = 3$$

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 30 = 15b \text{에서 } b = 2$$

$$x = -2 \text{을 대입하면 } -40 = 10c \text{에서 } c = -4$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$$

3. 다항식  $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$  을  $x + 1$  로 나눈 나머지는?

- ① -33    ② -22    ③ -11    ④ 11    ⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$  이라 하면,  
 $f(x) = (x + 1)Q(x) + R$  에서  $f(-1) = R$  이므로  
 $f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$

4. 등식  $(4+i)x+2+2yi=2+5i$ 를 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x+2y$ 의 값은? (단,  $i=\sqrt{-1}$ )

① -5      ② -3      ③ 0      ④ 5      ⑤ 3

해설

$$(4x+2) + (x+2y)i = 2+5i$$

$$4x+2=2, x+2y=5$$

5.  $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 값을 구하면?

- ① -1      ② 1      ③ -2      ④ 2      ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}x^2 &= (1 + \sqrt{2}i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i - 2 = -1 + 2\sqrt{2}i \\y^2 &= (1 - \sqrt{2}i)^2 = 1 - 2\sqrt{2}i - 2 = -1 - 2\sqrt{2}i \\ \therefore x^2 + y^2 &= -2\end{aligned}$$

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = -2$$

6. 이차방정식  $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?  
(단,  $m$ 은 상수)

① 3      ② 2      ③ 0      ④ -1      ⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에  $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

7.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수  $a$ 의 조건을 구하면?

- ①  $a > 1$    ②  $a < \frac{3}{2}$    ③  $a < \frac{3}{4}$    ④  $a > \frac{3}{4}$    ⑤  $a < 2$

해설

판별식을  $D$ 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면  $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

8. 이차함수  $y = -x^2 + 4x$  의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의  $x$  의 값은?

- ①  $x = 2$  일 때, 최댓값은 4      ②  $x = -2$  일 때, 최댓값은 4  
③  $x = 4$  일 때, 최댓값은 4      ④  $x = 2$  일 때, 최솟값은 4  
⑤  $x = 4$  일 때, 최솟값은 0

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x \\ &= -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서  $x = 2$  일 때, 최댓값 4를 갖는다.

9.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면  
 $a = -1, b = -1, c = -2$   
 $\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$

10.  $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여  $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$$\begin{aligned} a &= 1999 \text{라 하면} \\ 1998 \times 1999 + 1 &= (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1 \\ \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

11. 이차방정식  $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 합을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$D = (a+2)^2 - 4 = 0$ 이므로

$a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a = 0$

따라서  $a = 0$  또는  $a = -4$

따라서 상수  $a$ 의 값의 합은 -4

12. 이차식  $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가  $x$ 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수  $k$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면  
이차방정식  $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$   
이 중근을 갖는다.  
따라서,  $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$   
위의 식을 정리하면  
 $-k^2 + 4k - 3 = 0$   
 $k^2 - 4k + 3 = 0$   
 $(k-1)(k-3) = 0$ 에서  
 $k = 1$  또는  $k = 3$

13.  $y = -\frac{1}{3}x^2$  의 그래프와 모양이 같고  $x = -3$  에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의  $y$  절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$  의 그래프와 모양이 같고  $x = -3$  에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은  $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5$  이다.  $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$  따라서  $y$  의 절편은 2 이다.

14.  $x$ 의 범위가  $-3 \leq x \leq 2$  일 때, 이차함수  $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은  $M$ , 최솟값은  $m$ 이다.  $M + m$ 의 값은?

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2 \\ \Rightarrow m : x = 1 \text{ 일 때} &: -2, \\ M : x = -3 \text{ 일 때} &: 14 \\ \therefore m + M &= 12 \end{aligned}$$

15. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$x^3 - 1 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \text{정수해는 } x = 1$$

16. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서  
 $x^2 = t$ 로 놓으면  
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t-4)(t-9) = 0$   
 $\therefore t = 4$  또는  $t = 9$   
(i)  $t = 4$ 일 때,  $x^2 = 4$   
 $\therefore x = \pm 2$   
(ii)  $t = 9$ 일 때,  $x^2 = 9$   
 $\therefore x = \pm 3$   
따라서 모든 해의 합은  
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

17.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$  이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는  $a$ 값은?

①  $a = -1$

②  $a = 1$

③  $a = \pm 1$

④  $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

**해설**

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

$a$ 의 값은  $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

18. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $\Delta, \nabla$ 를  $A\Delta B = 2A + B, A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3, B = x^2 + 3x + 1$ 일 때  $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ①  $2x^3 - 18x - 10$                       ②  $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$   
③  $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$             ④  $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$   
⑤  $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후  $A, B$ 에 대입하여 정리한다.

19.  $a + b - 2c = 1$ ,  $a - b + 3c = 3$  일 때, 다음 중  $a + ab + c^2$  을  $a$  에 관한 식으로 나타낸 것은?

①  $(a - 8)(a - 2)$

②  $(a + 8)(a - 2)$

③  $-(a - 8)(a - 2)$

④  $-(a - 8)(a + 2)$

⑤  $-(a + 8)(a - 2)$

해설

$$a + b - 2c = 1 \quad \dots \textcircled{A}$$

$$a - b + 3c = 3 \quad \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} \text{에서 } 2a + c = 4$$

$$\therefore c = -2a + 4 \quad \dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{C} \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } b = -5 + 9$$

$$\therefore a + ab + c^2 = a + a(-5a + 9) + (-2a + 4)^2$$

$$= -a^2 - 6a + 16$$

$$= -(a^2 + 6a - 16)$$

$$= -(a + 8)(a - 2)$$

20.  $A = \frac{1-i}{1+i}$  일 때,  $1 + A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2005}$  의 값은?

- ①  $-i$       ②  $1$       ③  $0$       ④  $1+i$       ⑤  $1-i$

해설

$$A = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned} & 1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{2005} \\ &= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \dots + (-i) \\ &= 1 - i \end{aligned}$$

21. 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이  $a-1, b-1$ 일 때,  $ab$ 의 값은?

- ① 0      ② 2      ③ 4      ④ 6      ⑤ 8

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이  $a-1, b-1$ 이므로  
두 근의 합은  $a + b - 2 = a$   
 $b - 2 = 0$  이므로  $b = 2$   
두 근의 곱은  
 $(a-1)(b-1) = ab - a - b + 1$   
 $= 2a - a - 2 + 1 = a - 1 = 2$   
따라서  $a = 3$  따라서  $ab = 2 \cdot 3 = 6$

22. 방정식  $2xy-4x-y=4$ 를 만족하는 양의 정수  $x, y$ 를 구하면  $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\beta \end{cases}$ .

$$\begin{cases} x=y \\ y=\delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

**해설**

주어진 식을 변형하면  $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서  $x, y$ 가 양의 정수이므로

$2x-1, y-2$ 도 각각 정수이고 특히  $2x-1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$

23. 함수  $f(x) = x^2 + px + q$ 와  $g(x)$ 는 유리수를 계수로 갖는 다항식이고,  $f(\sqrt{2}+1) = 0$ ,  $g(\sqrt{2}+1) = 2 + \sqrt{2}$ 이다. 이 때,  $g(x)$ 를  $f(x)$ 로 나눈 나머지는?

- ①  $x+1$                       ②  $x-1$                       ③  $-x+1$   
④  $-x-1$                       ⑤  $2x+1$

해설

$g(x)$ 를  $f(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$   
나머지를  $ax + b$ 라 하면  
 $g(x) = f(x)Q(x) + ax + b$   
 $g(\sqrt{2}+1) = f(\sqrt{2}+1)Q(\sqrt{2}+1) + a(\sqrt{2}+1) + b$   
 $\qquad\qquad\qquad = a(\sqrt{2}+1) + b \quad (\because f(\sqrt{2}+1) = 0)$   
 $\therefore a + b + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$   
 $\therefore a = 1, b = 1$   
따라서 구하는 나머지는  $x + 1$

24. 1999개의 다항식  $x^2 - 2x - 1, x^2 - 2x - 2, \dots, x^2 - 2x - 1999$  중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

- ① 43개    ② 44개    ③ 45개    ④ 46개    ⑤ 47개

해설

$x^2 - 2x - n = (x+a)(x-b)$  ( $a, b$ 는 자연수)라 하면 ( $1 \leq n \leq 1999$ 인 자연수)

$$ab = n, a = b - 2$$

$\therefore n = 1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, \dots, 43 \cdot 45 (= 1935)$ 의 43개

25.  $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ ,  $a + b + c = 4$  이 성립할 때,  $c$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?(단,  $a, b, c$ 는 실수)

- ①  $-\frac{8}{3}$     ②  $-\frac{4}{3}$     ③  $\frac{4}{3}$     ④  $\frac{8}{3}$     ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}
 a + b + c &= 4 \\
 \Rightarrow b &= 4 - (a + c) \\
 a^2 + b^2 + c^2 &= 12 \\
 \Rightarrow a^2 + c^2 + \{4 - (a + c)\}^2 &= 12 \\
 a \text{에 대한 내림차순으로 정리하면} \\
 a^2 + (c - 4)a + c^2 - 4c + 2 &= 0 \\
 a, b, c \text{는 실수이므로 판별식이 } 0 \text{보다 크거나 같다.} \\
 D = (c - 4)^2 - 4(c^2 - 4c + 2) &\geq 0 \\
 \Rightarrow 3c^2 - 8c - 8 &\leq 0 \\
 \Rightarrow \frac{4 - 2\sqrt{10}}{3} \leq c \leq \frac{4 + 2\sqrt{10}}{3} \\
 \therefore (\text{최댓값} \times \text{최솟값}) \\
 &= \left(\frac{4 - 2\sqrt{10}}{3}\right) \left(\frac{4 + 2\sqrt{10}}{3}\right) \\
 &= -\frac{8}{3}
 \end{aligned}$$