

1. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠  $y = x^2$

㉡  $y = \frac{2}{3}x^2$

㉢  $y = -\frac{1}{4}x^2$

㉣  $y = -\frac{2}{3}x^2$

㉤  $y = 2x^2$

㉥  $y = \frac{5}{2}x^2$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢, ㉣이다.
- ② 대칭축의 식은  $y = 0$ , 꼭짓점의 좌표는  $(0, 0)$  이다.
- ③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉣이다.
- ④ ㉤ 그래프의  $y$ 의 값의 범위는  $y \geq 2$ 이다.
- ⑤ ㉡과 ㉤의 그래프는  $x$  축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 아래로 볼록한 것은 ㉠, ㉡, ㉤, ㉥이다.
- ② 대칭축은  $x = 0$ , 꼭짓점은  $(0, 0)$  이다.
- ④ ㉤ 그래프의  $y$ 의 값의 범위는  $y \geq 0$ 이다.

2.  $y = 3x^2$  의 그래프와 모양이 같고 두 점  $(-1, 0)$ ,  $(2, 0)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = 3x^2 - 2$

②  $y = 3x^2 - 3x - 6$

③  $y = 3x^2 + 6x - 8$

④  $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤  $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$$y = 3(x+1)(x-2) = 3x^2 - 3x - 6$$

3. 이차함수  $y = -x^2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 포물선의 식은?

①  $y = -x^2 + 4x + 2$

②  $y = -x^2 + 4x - 5$

③  $y = -x^2 - 4x + 5$

④  $y = -x^2 - 4x - 2$

⑤  $y = -x^2 - 6x + 2$

해설

$$y = -(x-2)^2 - 1 = -x^2 + 4x - 5$$

4. ‘이차함수  $y = -3x^2 - 1$  의 그래프는( ) 의 그래프를( ) 한 것으로 꼭짓점은  $(0, -1)$  이고, 축의 방정식은  $x = 0$  이다.’ 빈 괄호들 안에 들어갈 알맞은 말을 선택하여라.

- ①  $y = -3x^2$ ,  $y$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동  
②  $y = -3x^2$ ,  $y$  축의 방향으로  $+1$  만큼 평행이동  
③  $y = -3x^2$ ,  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동  
④  $y = 3x^2$ ,  $y$  축에 대하여 대칭이동  
⑤  $y = -3x^2$ ,  $x$  축에 대하여 대칭이동

**해설**

이차함수  $y = -3x^2 - 1$  의 그래프는( $y = -3x^2$ ) 의 그래프를 ( $y$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동) 한 것으로 꼭짓점은  $(0, -1)$  이고, 축의 방정식은  $x = 0$  이다.

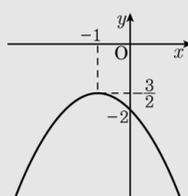
5. 이차함수  $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값도 증가하는  $x$ 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서  $x$ 의 값의 범위는  $x < -1$ 이다.



6. 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  $y$  축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후  $y$  축에 대하여 대칭이동한 식이  $y = a(x + p)^2 + q$  일 때, 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값은?

- ① 30      ② 20      ③ 10      ④ -6      ⑤ -5

해설

이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  $y$  축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면  $y = -2(x-3)^2 - 5$  이고,  $y$  축에 대하여 대칭이동하면  $y = -2(-x-3)^2 - 5 = -2(x+3)^2 - 5$  이다.  
 $\therefore a = -2, p = 3, q = -5$   
 $\therefore apq = (-2) \times 3 \times (-5) = 30$

7. 다음 이차함수  $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 제 1, 2, 4 사분면을 지날 때,  $a, p, q$ 의 부호는?

①  $a < 0, p < 0, q < 0$

②  $a < 0, p > 0, q < 0$

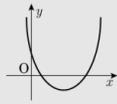
③  $a > 0, p < 0, q > 0$

④  $a > 0, p > 0, q > 0$

⑤  $a > 0, p < 0, q < 0$

해설

$y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같아야 하므로  $a > 0, p < 0, q < 0$



8. 다음 보기는 이차함수  $y = -(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

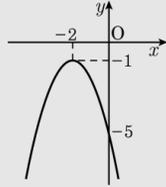
보기

- ㉠ 축의 방정식은  $x = 2$ 이다.
- ㉡  $y$  축과 만나는 점의 좌표는  $(0, -5)$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ㉣ 그래프는  $x < -2$ 에서  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값은 감소한다.
- ㉤  $y = -x^2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 것이다.

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉡, ㉣    ④ ㉡, ㉢    ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉠ 축의 방정식은  $x = -2$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
- ㉣  $x < -2$ 에서  $x$ 의 값이 증가할 때  $y$ 의 값도 증가한다.



9. 이차함수  $y = ax^2 + 4x + q$  를  $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$  으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이  $(p, 10)$  이다. 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

10. 이차함수  $y = (x-1)^2 - 2$  의 그래프와  $x$  축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

①  $y = (x-1)^2 + 2$

②  $y = (x+1)^2 + 2$

③  $y = (x-1)^2 - 2$

④  $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤  $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

$x$  축 대칭이므로  $y$  대신에  $-y$  를 대입하면  
 $-y = (x-1)^2 - 2$ ,  $y = -(x-1)^2 + 2$  이다.

11. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 세 점  $(0, 2), (1, b+5), (-1, 4a-1)$  을 지날 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$y = ax^2 + bx + c$  에 세 점을 대입하면  
 $a = 3, b = -6, c = 2$   
 $\therefore a + b + c = 3 - 6 + 2 = -1$

12. 이차함수  $y = -\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$  의 그래프에서 최댓값을 구하면?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x+2)(x-6) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 4x - 12) \\ &= -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 8 \end{aligned}$$

$x = 2$  일 때 최댓값은 8 이다.

13. 이차함수  $y = \frac{1}{2}ax^2 + ax$  의 최댓값이 이차함수  $y = 2x^2 + 8x + 9$  의 최솟값과 같을 때,  $a$  의 값은?

- ① 2      ② -2      ③ 4      ④ -4      ⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}ax^2 + ax = \frac{1}{2}a(x+1)^2 - \frac{1}{2}a$$

따라서,  $x = -1$  일 때 최댓값  $-\frac{1}{2}a$  를 갖는다.

$$ii) y = 2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1$$

따라서,  $x = -2$  일 때, 최솟값 1 을 갖는다.

$i)$  의 최댓값과  $ii)$  의 최솟값이 같으므로

$$-\frac{1}{2}a = 1 \text{ 에서 } a = -2$$

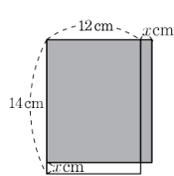
14.  $x = -1$  일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점  $(0, 2)$  를 지나는 이차함수의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라 할 때,  $a + b + c$  의 값은?

① -3      ② -5      ③ -7      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+1)^2 + 5 \text{ 에 } (0, 2) \text{ 를 대입하면 } a = -3 \\ y &= -3(x+1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2 \\ \therefore a + b + c &= -7 \end{aligned}$$

15. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는  $x$ cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는  $x$ cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를  $y\text{cm}^2$  라고 하면  $y$ 가 최대가 되게 하는  $x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:          cm

▷ 정답: 1 cm

해설

$$\begin{aligned}
 y &= (12 + x)(14 - x) \\
 &= -x^2 + 2x + 168 \\
 &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\
 &= -(x - 1)^2 + 169 \\
 x &= 1 \text{ 일 때, } y \text{의 최댓값 } 169 \text{ 을 갖는다.}
 \end{aligned}$$

16. 이차함수  $y = -\frac{1}{4}x^2$  의 그래프를  $y$  축 방향으로  $a$  만큼 평행이동하면 점  $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$  을 지난다고 할 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

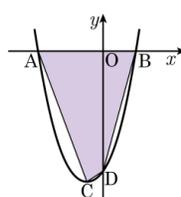
해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$  에 점  $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$  을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

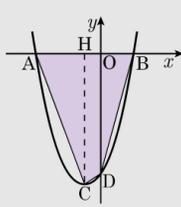
17. 다음 이차함수  $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서  $x$ 축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C,  $y$ 축과의 교점을 D라 할 때  $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설



$$i) 0 = x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$ii) y = x^2 + 2x - 8$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 9$$

$$= (x+1)^2 - 9$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

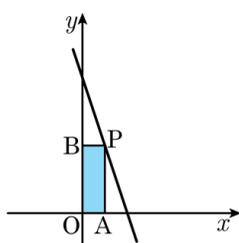
$$iii) \square ABDC$$

$$= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO$$

$$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8+9) \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$$

18. 다음 그림과 같이 일차함수  $y = -x + 4$  의 그래프 위의 한 점 P 에서  $x$  축,  $y$  축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



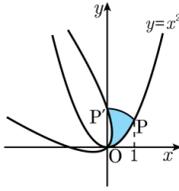
▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

A 의 좌표를  $(t, 0)$  이라고 하면 P 의 좌표는  $(t, -t + 4)$  이고 B 의 좌표는  $(0, -t + 4)$   
 $\therefore \square OAPB = t \times (-t + 4) = -t^2 + 4t = -(t - 2)^2 + 4$   
 $t = 2$  일 때, 넓이의 최댓값 4

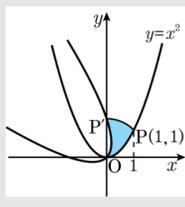
19. 다음 그림과 같이  $y = x^2$  의 그래프를 원점을 중심으로 회전했을 때,  $P'$  에 대응한다. 점  $P$  가 회전한 선과 두 포물선으로 이루어지는 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1}{4}\pi$

해설



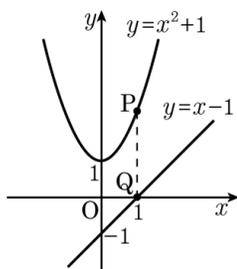
$\overline{OP}$  를 이으면 두 부분의 넓이가 같아지므로 구하려는 부분의 넓이는 부채꼴  $OPP'$  의 넓이와 같다.

점  $P$  의 좌표가  $(1, 1)$  이므로

$\angle POP' = 45^\circ$ ,  $\overline{OP} = \sqrt{2}$

따라서 넓이는  $\pi \times (\sqrt{2})^2 \times \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}\pi$  이다.

20. 포물선  $y = x^2 + 1$  위의 한 점 P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선  $y = x - 1$  과 만나는 점을 Q 라 할 때  $\overline{PQ}$  의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{7}{4}$

**해설**

$\overline{PQ}$  가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를  $(t, t^2 + 1)$  이라고 하면, 점 Q 의 좌표는  $(t, t - 1)$

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \end{aligned}$$

따라서  $t = \frac{1}{2}$  일 때,  $\overline{PQ}$  의 최솟값은  $\frac{7}{4}$