1. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y=x^2$	㉡ $y=\frac{2}{3}x^2$	㉢ $y=-\frac{1}{4}x^2$
㉣ $y=-\frac{2}{3}x^2$	㉤ $y=2x^2$	㉥ $y=\frac{5}{2}x^2$

① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢,㉣이다.

② 대칭축의 식은 $y=0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0,0)$ 이다.

③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉢이다.

④ ㉤ 그래프의 y의 값의 범위는 $y \geq 2$이다.

⑤ ㉡과 ㉣의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

① 아래로 볼록한 것은 ㉠,㉡,㉤,㉥이다.
② 대칭축은 $x=0$, 꼭짓점은 $(0,0)$ 이다.
④ ㉤그래프의 y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

2. $y = 3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 3x^2 - 2$

② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = 3x^2 + 6x - 8$

④ $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤ $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$y = 3(x+1)(x-2) = 3x^2 - 3x - 6$

3. 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y=-x^2+4x+2$

② $y=-x^2+4x-5$

③ $y=-x^2-4x+5$

④ $y=-x^2-4x-2$

⑤ $y=-x^2-6x+2$

해설

$y=-(x-2)^2-1=-x^2+4x-5$

4. '이차함수 $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는( ) 의 그래프를( ) 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.' 빈 괄호들 안에 들어갈 알맞은 말을 선택하여라.

① $y = -3x^2$, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동

② $y = -3x^2$, y 축의 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동

③ $y = -3x^2$, x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동

④ $y = 3x^2$, y 축에 대하여 대칭이동

⑤ $y = -3x^2$, x 축에 대하여 대칭이동

해설

이차함수 $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는($y = -3x^2$) 의 그래프를 (y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동) 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

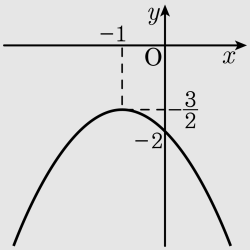
5. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x의 값의 범위는 $x < -1$이다.



6. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 식이 $y = a(x+p)^2 + q$ 일 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?

① 30 ② 20 ③ 10 ④ -6 ⑤ -5

해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면 $y = -2(x-3)^2 - 5$ 이고, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -2(-x-3)^2 - 5 = -2(x+3)^2 - 5$ 이다.

$\therefore a = -2,\ p = 3,\ q = -5$

$\therefore apq = (-2) \times 3 \times (-5) = 30$

7. 다음 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 제 1, 2, 4 사분면을 지날 때, a, p, q 의 부호는?

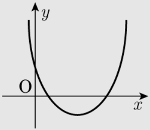
① $a < 0,\ p < 0,\ q < 0$　② $a < 0,\ p > 0,\ q < 0$

③ $a > 0,\ p < 0,\ q > 0$　④ $a > 0,\ p > 0,\ q > 0$

⑤ $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$

해설

$y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같아야 하므로 $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$



8. 다음 보기는 이차함수 $y=-(x+2)^2-1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

보기

㉠ 축의 방정식은 $x=2$ 이다.

㉡ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -5)$ 이다.

㉢ 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.

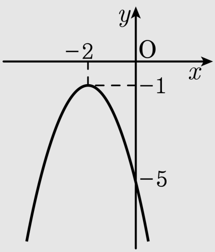
㉣ 그래프는 $x<-2$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

㉤ $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠,㉤ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡,㉤ ⑤ ㉭,㉤

해설

㉠ 축의 방정식은 $x=-2$ 이다.
㉢ 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
㉣ $x<-2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.



9. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x-p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3},\ \frac{2}{3}$$

$p = 4,\ p = 6$ 이고

$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2$ 이다.

따라서 $apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4$ 이다.

10. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
$-y = (x-1)^2 - 2,\ y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 2), (1, b+5), (-1, 4a-1)$ 을 지날 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$a = 3,\ b = -6,\ c = 2$

$\therefore a + b + c = 3 - 6 + 2 = -1$

12. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$$
$$=-\frac{1}{2}(x^2-4x-12)$$
$$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+8$$

$x=2$ 일 때 최댓값은 8 이다.

13. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + ax$ 의 최댓값이 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 9$ 의 최솟값과 같을 때, a 의 값은?

① 2　　② -2　　③ 4　　④ -4　　⑤ 6

해설

$i)$ $y = \frac{1}{2}ax^2 + ax = \frac{1}{2}a(x+1)^2 - \frac{1}{2}a$

따라서, $x = -1$ 일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}a$ 를 갖는다.

$ii)$ $y = 2x^2 + 8x + 9 = 2(x+2)^2 + 1$

따라서, $x = -2$ 일 때, 최솟값 1 을 갖는다.

$i)$ 의 최댓값과 $ii)$ 의 최솟값이 같으므로

$-\frac{1}{2}a = 1$ 에서 $a = -2$

14. $x=-1$ 일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점 $(0,\ 2)$ 를 지나는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① -3　　② -5　　③ -7　　④ 3　　⑤ 5

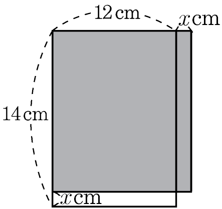
해설

$y=a(x+1)^2+5$ 에 $(0,\ 2)$ 를 대입하면 $a=-3$

$y=-3(x+1)^2+5=-3x^2-6x+2$

$\therefore a+b+c=-7$

15. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 $x$cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y$cm^2 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 1 cm

해설

$$
\begin{aligned}
y &= (12 + x)(14 - x) \\
&= -x^2 + 2x + 168 \\
&= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\
&= -(x - 1)^2 + 169
\end{aligned}
$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

16. 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $\left(-\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\right)$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

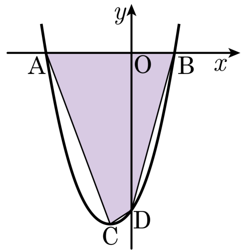
해설

$y=-\frac{1}{4}x^2+a$ 에 점 $\left(-\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\right)$ 을 대입하면

$\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2+a$

$\therefore a=1$

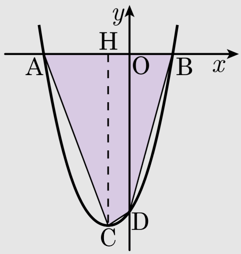
17. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$의 그래프에서 x축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y축과의 교점을 D라 할 때 □ABDC의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



i) $0 = x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

$\therefore \ x = -4$ 또는 $x = 2$

$\therefore \ \mathrm{A}(-4,\ 0),\ \mathrm{B}(2,\ 0),\ \mathrm{D}(0,\ -8)$

ii) $y = x^2 + 2x - 8$

$= (x^2 + 2x + 1) - 9$

$= (x+1)^2 - 9$

$\therefore \ \mathrm{C}(-1,\ -9)$

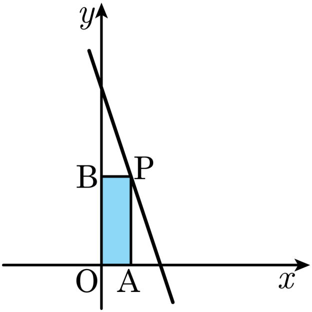
iii) □ABDC

$= \triangle\mathrm{ACH} + \triangle\mathrm{ODB} + \square\mathrm{HCDO}$

$= 3 \times 9 \times \dfrac{1}{2} + 2 \times \dfrac{1}{2} \times 8 + (8+9) \times 1 \times \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{27}{2} + 8 + \dfrac{17}{2} = 30$

18. 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x + 4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



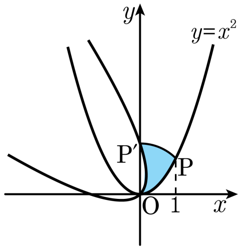
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를 $(t,\ 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는
$(t,\ -t+4)$ 이고 B 의 좌표는$(0,\ -t+4)$
$\therefore \square\mathrm{OAPB} = t \times (-t+4) = -t^2 + 4t = -(t-2)^2 + 4$
$t = 2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4

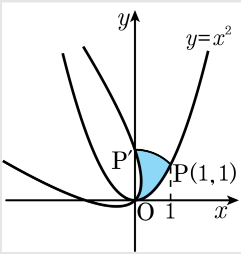
19. 다음 그림과 같이 $y = x^2$ 의 그래프를 원점을 중심으로 회전했을 때, P′ 에 대응한다. 점 P 가 회전한 선과 두 포물선으로 이루어지는 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}\pi$

해설



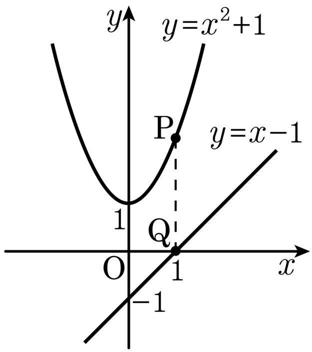
$\overline{OP}$ 를 이으면 두 부분의 넓이가 같아지므로 구하려는 부분의 넓이는 부채꼴 OPP′ 의 넓이와 같다.

점 P 의 좌표가 (1, 1) 이므로

$\angle POP' = 45°$, $\overline{OP} = \sqrt{2}$

따라서 넓이는 $\pi \times \left(\sqrt{2}\right)^2 \times \frac{45°}{360°} = \frac{1}{4}\pi$ 이다.

20. 포물선 $y=x^2+1$ 위의 한 점P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y=x-1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{4}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의
x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를
$(t,\ t^2+1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ t-1)$

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2+1-(t-1)\\ &= t^2-t+2\\ &= \left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t=\frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$