1. 다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때,
2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이므로

$$\frac{5+6+x+y+7}{5} = 8, \quad x+y+18 = 40$$

$$\therefore x+y = 22 \quad \dots\dots\text{㉠}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-8)^2 + (6-8)^2 + (x-8)^2 + (y-8)^2 + (7-8)^2}{5} = 5$$

$$\frac{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5} = 5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+142 = 25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y) = -117 \quad \dots\dots\text{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2 = 16(x+y) - 117 = 16 \times 22 - 117$$

$$\therefore x^2+y^2 = 235$$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4} \left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5} \right) = \frac{1}{4} \left\{ 5+\frac{1}{5}(x^2+y^2) \right\} = 13 \text{ 이다.}$$