

1. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 100      ② 121      ③ 144      ④ 169      ⑤ 196

**해설**

한 자연수를  $x$  라 하면, 나머지는  $28 - x$  이다.

두 자연수의 곱은  $x(28 - x)$  이다.

$$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$$

2. 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를  $y$ 라고 할 때,  $y$ 의 최댓값은?

① 90      ② 92      ③ 98      ④ 100      ⑤ 112

해설

가로를  $x$ , 세로를  $20 - x$ 라 하자.

$$y = x(20 - x)$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x^2 - 20x)$$

$$= -(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$= -(x - 10)^2 + 100$$

따라서  $y$ 의 최댓값은 100이다.

3. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를  $x$ cm 길게 하고 세로 길이를  $x$ cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때,  $x$ 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 14      ⑤ 15

해설

넓이를  $y$  라 하면  
 $y = (6 + x)(10 - x)$   
 $= -x^2 + 4x + 60$   
 $= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$   
 $= -(x - 2)^2 + 64$   
따라서  $x = 2$  일 때 최댓값 64 를 가진다.

4. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를  $x$ cm 만큼 늘리고, 세로 길이를  $x$ cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는  $x$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 2.5      ④ 3      ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서  $x=2$  일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값  $49\text{cm}^2$  를 가진다.

5. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를  $y$  라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

- ① 18      ② 20      ③ 30      ④ 32      ⑤ 36

해설

반지름의 길이를  $x$  라 하면 호의 길이는  $24 - 2x$  이다.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.  
따라서 꼭짓점이  $(6, 36)$  이므로 반지름의 길이  $x = 6$  일 때,  
부채꼴의 넓이  $y$  가 최댓값 36 을 가진다.

6. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ㉠  $\frac{15}{2}$ m    ㉡ 8m    ㉢  $\frac{17}{2}$ m    ㉣ 3m    ㉤ 5m

**해설**

부채꼴의 넓이를  $y\text{m}^2$ , 반지름의 길이를  $x\text{m}$  라 하면

$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x)$  이다.

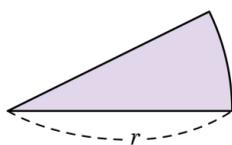
$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이  $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$  이므로 반지름의 길이가  $\frac{15}{2}\text{m}$  일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값  $\frac{225}{4}\text{m}^2$  을 가진다.

7. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



- ① 1cm    ② 2cm    ③ 3cm    ④ 4cm    ⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는  $l = (20 - 2r)$ cm

부채꼴의 넓이를  $y$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 (5, 25) 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값  $25\text{cm}^2$  를 가진다.

8. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을  $a$ , 이때 부채꼴의 넓이를  $b$  라 할 때,  $ab$  의 값을 구하면?

- ① 16      ② 20      ③ 36      ④ 55      ⑤ 64

**해설**

부채꼴의 반지름을  $a$ , 넓이를  $b$  라 하면

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.  
꼭짓점은  $(4, 16)$  이므로 반지름  $a = 4$  일 때, 부채꼴의 넓이  $b = 16$  으로 최대가 된다.  
따라서  $ab = 64$  이다.

9. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의  $t$  초 후의 높이가  $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m    ② 35m    ③ 40m    ④ 45m    ⑤ 50m

해설

높이를  $h$  라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$

10.  $x + y = 10$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 최솟값을 구하면?

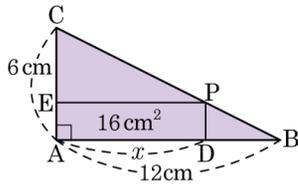
- ① 10      ② 24      ③ 40      ④ 45      ⑤ 50

해설

$$\begin{aligned}y &= 10 - x \\x^2 + y^2 &= x^2 + (10 - x)^2 \\&= x^2 + x^2 - 20x + 100 \\&= 2x^2 - 20x + 100 \\&= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100 \\&= 2(x - 5)^2 + 50\end{aligned}$$

따라서  $x = 5$  일 때 최솟값은 50 이다.

11. 다음 그림과 같이  $\overline{AB} = 12\text{cm}$ ,  $\overline{AC} = 6\text{cm}$  인 직각삼각형 ABC 의 빗면 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가  $16\text{cm}^2$  이었다. 이 때,  $\overline{AD}$  의 길이를 구하면? (단,  $\overline{AD} > 6\text{cm}$  )



- ① 7cm    ② 8cm    ③ 9cm    ④ 10cm    ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$  (AA닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

즉,  $\overline{CE} : x = 6 : 12$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

따라서  $\overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x$  이므로  $x \left( 6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

그런데  $6 < x < 12$  이므로  $x = 8(\text{cm})$

12. 아래 그림과 같이 40m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.  
넓이가 최대가 되도록 하는  $x$  의 값은?

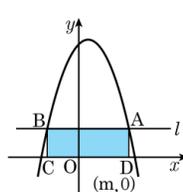


- ① 6m    ② 8m    ③ 10m    ④ 12m    ⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를  $x$ , 가로 길이를  $20 - 2x$  라고 하면,  
 $y = x(40 - 2x)$   
 $= -2x^2 + 40x$   
 $= -2(x - 10)^2 + 200$   
 $x = 10$  일 때, 최댓값은 200 이다.

13.  $y = -x^2 + x + 6$  의 그래프와  $x$  축에 평행인 직선  $l$  이 만나는 두 점 A, B 에서  $x$  축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점 D 의  $x$  좌표를  $m$  이라고 할 때,  $\square ABCD$  의 둘레의 길이의 최댓값은?  $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



- ①  $\frac{11}{2}$       ②  $\frac{31}{4}$       ③ 10      ④  $\frac{49}{4}$       ⑤  $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$  의 점 A 의 좌표는  $(m, -m^2 + m + 6)$  이다.

직사각형의 가로 길이는  $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$  이고,

직사각형의 세로 길이는  $-m^2 + m + 6$   
( $\square ABCD$  둘레의 길이)

$$= 2\left[2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right]$$

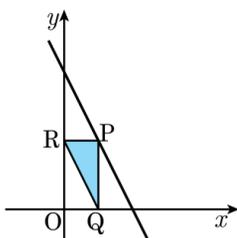
$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$  일 때, 최댓값은  $\frac{29}{2}$  이다.

14. 다음 그림과 같이 직선  $y = -2x + 6$  위의 점 P에서  $x$  축,  $y$  축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때,  $\triangle PRQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하면? (단, 점 P는 제 1 사분면 위의 점이다.)

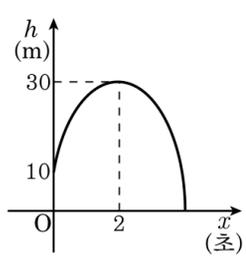


- ①  $\frac{9}{4}$       ②  $\frac{7}{4}$       ③  $\frac{5}{4}$       ④  $\frac{9}{2}$       ⑤  $\frac{7}{2}$

해설

점 P의  $x$  좌표를  $a$ 라 하면  
 $P(a, -2a + 6)$ ,  $Q(a, 0)$ ,  $R(0, -2a + 6)$   
 $\triangle PRQ$ 의 넓이를  $y$ 라 하면  
 $y = \frac{1}{2}a(-2a + 6)$   
 $= -a^2 + 3a$   
 $= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)$   
 $= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$   
 $a = \frac{3}{2}$ 일 때 최댓값  $\frac{9}{4}$

15. 다음 그림은 지면으로부터 10m 높이에서 던져 올린 물체의 운동을 나타내는 그래프이다. 던진 후 몇 초 만에 다시 지면으로 떨어지는가?



- ① 4 초                      ②  $(\sqrt{6}-2)$  초                      ③  $(2+\sqrt{6})$  초  
 ④ 5 초                      ⑤ 6 초

**해설**

$$y = a(x-2)^2 + 30 \text{ 이고, } (0, 10) \text{ 을 지난다.}$$

$$10 = 4a + 30$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore y = -5(x-2)^2 + 30 = -5x^2 + 20x + 10$$

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{6} \quad (\because x > 0)$$